第33卷 第14期 计 算 机 工 程 2007年7月
Vol.33 No.14 Computer Engineering July 2007

·博士论文· 文章编号：1000—3428(2007)14—0004—04 文献标识码：A 中图分类号：TP18

基于优势关系下信息系统分配约简的矩阵算法

徐伟华，张文修

(西安交通大学理学院信息与系统科学研究所，西安 710049)

摘 要：在基于优势关系下的信息系统中引入了优势矩阵和目标分配矩阵的概念，进一步建立了优势关系下信息系统分配约简的矩阵算法，通过实例分析验证了该算法的有效性，说明了其优点是对数据复杂的信息表也可相对容易地求出所有的分配约简。该方法提供了在优势关系下信息系统分配约简的便捷操作方法。

关键词：粗糙集；信息系统；分配约简；优势矩阵；目标分配矩阵

Matrix Computation for Assignment Reduction in Information Systems Based on Dominance Relations

XU Weihua, ZHANG Wenxiu

(Institute of Information and System Sciences, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

【Abstract】 Assignment reduction is one of the most important problems in rough set theory. However, most of information systems are based on dominance relations due to various factors. To acquire brief decision rules from inconsistent systems based on dominance relations, knowledge reductions are needed. Therefore, the dominance matrix and decision assignment matrix are introduced in information systems based on dominance relations. The algorithm of assignment reduction is obtained, from which a new approach to knowledge reductions in inconsistent systems based on dominance relations is provided. An example illustrates the validity of this method, and shows the method is applicable to complex information system.

【Key words】 rough set; information system; assignment reduction; dominance matrix; decision assignment matrix

粗糙集理论[1]是近年来发展起来的一种处理不精确性、不确定性和模糊知识的软件计算工具，已被成功地应用于人工智能、数据挖掘、模式识别与智能信息处理等领域[2~5]。

经典粗糙集是以完备信息系统为研究对象，以等价关系(满足自反性、对称性、传递性)为基础，通过等价关系把论域分成互不相交的等价类，划分越细，知识越丰富，信息越充分。

知识约简是粗糙集理论的核心问题之一。在实际的知识库中描述知识的属性并不是同等重要的，甚至其中有些属性是冗余的。知识约简就是在保持知识库分类能力不变的条件下，删除其中不相关或不重要的属性。

通过知识约简去掉不必要的属性，可以使知识表示简化，又不丢失基本信息。知识约简的研究[6~11]主要是在等价关系下的信息系统进行的，在实际中有许多信息系统由于各种原因(如噪声、信息缺损等)是基于优势关系的，而且是不协调的。要从这种复杂的基于优势关系的不协调信息系统中获取简洁的不确定性命题，就必须对系统进行知识约简。因此，对于优势关系下的不协调目标信息系统知识约简的研究是非常有意义的。

1 基于优势关系的信息系统

目标信息系统是既有条件属性又有目标属性(决策属性)的一种特殊信息系统。目标信息系统主要是研究条件属性和目标属性之间的关系问题。为方便理解，下面先给出一些基本概念和术语。

定义1[7] 称一个五元组 $I=(U, A, F, D, G)$为一个目标信息系统。其中，(U, A, F)是信息系统；A 为条件属性集；D 为目标属性集，即：

U 是有限对象集，$U=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$；

A 是有限条件属性集，$A=\{a_1,a_2,\ldots,a_p\}$；

D 是有限目标属性集，$D=\{d_1,d_2,\ldots,d_q\}$；

F 是 U 与 A 的关系集，$F=\{f_k:U\rightarrow V_k,k\le p\}$，$V_k$ 是 a_k 的有限值域；

G 是 U 与 D 的关系集，$G=\{g_{k'}:U\rightarrow V_{k}',k'\le q\}$，$V_k'$ 是 $d_{k'}$ 的有限值域。

在 Pawlak 近似空间意义下的信息系统，对每个属性集和目标属性集就决定了一个二元不可区分关系，即等价关系。然而，现实中有许多系统并不是基于等价关系的，也有是基于优势关系的，即对每个属性值域和目标属性值域有一个偏序关系，如一个班级的各科成绩情况等问题。这时就需要建立基于优势关系下的信息系统。

定义2[7] 设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统，对于 $B\subseteq A$，令

$$R_B^{\le}=\{(x_i,x_j)\in U\times U: f_l(x_i)\le f_l(x_j),\forall a_l\in B\}$$

基金项目：国家“973”计划基金资助项目(2002CB31200)

作者简介：徐伟华(1979－)，男，博士，主研方向：人工智能，粗糙集理论与应用；张文修，教授、博士生导师

收稿日期：2006-07-21 **E-mail**：datongxuweihua@126.com

$R_D^{\le}=\{(x_i,x_j)\in U\times U: g_m(x_i)\le g_m(x_j),\forall d_m\in D\}$

$R_B^{\le}$, $R_D^{\le}$称为目标信息系统的优势关系，此时该目标信息统称为是基于优势关系下的目标信息系统。记

$[x_i]_B^{\le}=\{x_j\in U:(x_i,x_j)\in R_B\}=\{x_j\in U: f_l(x_i)\le f_l(x_j),\ \forall a_l\in B\}$，

$[x_i]_D^{\le}=\{x_j\in U:(x_i,x_j)\in R_D\}=\{x_j\in U: g_m(x_i)\le g_m(x_j),\ \forall d_m\in D\}$。

易见，优势关系有下面性质：

命题 1[7]

(1) $R_B^{\le}$是自反的和传递的，未必是对称的，因而一般不再是等价关系。

(2)当 $B_1\subseteq B_2\subseteq A$ 时有：$R_A^{\le}\subseteq R_{B_2}^{\le}\subseteq R_{B_1}^{\le}$。

(3)当 $B_1\subseteq B_2\subseteq A$ 时有：$[x_i]_A^{\le}\subseteq[x_i]_{B_2}^{\le}\subseteq[x_i]_{B_1}^{\le}$。

(4)当 $x_j\in[x_i]_B^{\le}$ 时有：$[x_j]_B^{\le}\subseteq[x_i]_B^{\le}$。

对于任意 $X\subseteq U$，定义 X 关于优势关系下 $R_B^{\le}$ 的下近似和上近似分别为

$\underline{R_B^{\le}}(X)=\{x_i\in U:[x_i]_B^{\le}\subseteq X\}$，

$\overline{R_B^{\le}}(X)=\{x_i\in U:[x_i]_B^{\le}\cap X\neq\varnothing\}$。

优势关系下的上、下近似也满足类似于 Pawlak 近似空间中的许多性质，详细参考文献[7]。

为叙述方便，下文在没有特别说明时信息系统都是指基于优势关系下的信息系统。

定义 3[7] 设 $I=(U, A, F, D, G)$为基于优势关系的目标信息系统，若 $R_A^{\le}\subseteq R_D^{\le}$，则称该基于优势关系的目标信息系统是协调的，或该目标信息系统在优势关系下是协调的，否则是不协调的。

例 1[7] 表 1 给出了一个基于优势关系的目标信息表。

表 1 一个基于优势关系的信息表

U× A∪D	a_1	a_2	a_3	d
x_1	1	2	1	3
x_2	3	2	2	2
x_3	1	1	2	1
x_4	2	1	3	2
x_5	3	3	2	3
x_6	3	2	3	1

因此，按照优势关系的定义有：

$[x_1]_A^{\le}=\{x_1,x_2,x_5,x_6\}$ $[x_2]_A^{\le}=\{x_2,x_5,x_6\}$，$[x_3]_A^{\le}=\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$，$[x_4]_A^{\le}=\{x_4,x_6\}$，$[x_5]_A^{\le}=\{x_5\}$，$[x_6]_A^{\le}=\{x_6\}$。

$[x_1]_d^{\le}=[x_5]_d^{\le}=\{x_1,x_5\}$，$[x_2]_d^{\le}=[x_4]_d^{\le}=\{x_1,x_2,x_4,x_5\}$，$[x_3]_d^{\le}=[x_6]_d^{\le}=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$。

显然，$R_A^{\le}\not\subset R_d^{\le}$。因此，该目标信息系统在优势关系下是不协调的。

文献[11]中在基于优势关系的信息系统中引入了分配约简的概念，并给出了分配约简的判定定理和辨识矩阵。为了本文的完整性下面简单列出有关概念。

设(U, A, F, D, G)为目标信息系统，$R_B^{\le}$, $R_D^{\le}$分别为属性集 A 和目标属性集 D 生成的 U 上的优势关系，对于 $B\subseteq A$，记

$U/R_B^{\le}=\{[x_i]_B^{\le}:x_i\in U\}$，

$U/R_D^{\le}=\{D_1,D_2,\dots,D_r\}$，

$\sigma_B(x)=\{D_j:D_j\cap[x]_B^{\le}\neq\varnothing,x\in U\}$，

其中，$[x]_B^{\le}=\{y\in U:(x,y)\in R_B^{\le}\}$。

命题 2[11]

(1) $\overline{R}_B(D_j)=\cup\{[x]_B^{\le}:D_j\in\sigma_B(x)\}$。

(2)当 $B\subseteq A$ 时，有 $\sigma_B(x)\supseteq\sigma_A(x)$，$\forall x\in U$。

(3)当 $[x]_B^{\le}\supseteq[y]_B^{\le}$ 时，有 $\sigma_B(x)\supseteq\sigma_B(y)$，$\forall y\in U$。

定义 4[11] 设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统。若 $\forall x\in U$，有 $\sigma_B(x)=\sigma_A(x)$，则称 B 是分配协调集，且 B 的任何真子集不是分配协调集，则称 B 为分配协调约简。

若在例 1 的信息系统中记：

$D_1=[x_1]_d^{\le}=[x_5]_d^{\le}$，$D_2=[x_2]_d^{\le}=[x_4]_d^{\le}$，$D_3=[x_3]_d^{\le}=[x_6]_d^{\le}$，

则，由定义 4 有：

$\sigma_A(x_1)=\sigma_A(x_2)=\sigma_A(x_3)=\sigma_A(x_5)=\{D_1,D_2,D_3\}$，

$\sigma_A(x_4)=\{D_2,D_3\}$，$\sigma_A(x_6)=\{D_3\}$。

在文献[11]中通过利用辨识矩阵得到了例 1 的分配约简为 $\{a_1,a_3\},\{a_2,a_3\}$。

2 优势矩阵与目标分配矩阵

定义 5 设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统，其中，$U=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$。若记：

$$\boldsymbol{M_B}=(m_{ij})_{n\times n}=\begin{cases}1, & x_j\in[x_i]_B^{\le}\\ 0, & 其他\end{cases}$$

则称矩阵 $\boldsymbol{M_B}$ 为条件属性子集 $B\subseteq A$ 的优势矩阵，若记 $|B|=l$，也称 $\boldsymbol{M_B}$ 是信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$的 l 级优势矩阵。

下面给出 2 个条件属性子集优势矩阵交的定义。

定义 6 设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统，且 $B, C\subseteq A$，优势矩阵分别为 $\boldsymbol{M_B}$，$\boldsymbol{M_C}$，定义它们的交如下：

$\boldsymbol{M_B}\cap\boldsymbol{M_C}=(m_{ij})_{n\times n}\cap(m_{ij}')_{n\times n}=(\min\{m_{ij},m_{ij}'\})_{n\times n}$。

由定义 6 可以直接得到：

命题 3

(1) $m_{ii}=1$。

(2)若 $B, C\subseteq A$，则 $\boldsymbol{M}_{B\cup C}=\boldsymbol{M}_B\cap\boldsymbol{M}_C$。

定义 7 设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统，其中，$U=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$。若记：

$$\boldsymbol{M_D}=(r_{ij})_{n\times n}=\begin{cases}1, & [x_j]_D^{\le}\in\sigma_A(x_i)\\ 0, & 其他\end{cases}$$

则称矩阵 $\boldsymbol{M_D}$ 为信息系统 I 的目标分配矩阵。

从定义 5、定义 7 可以看出，条件属性子集优势矩阵确定了信息系统中所有对象的优势关系；而目标分配矩阵则描述了所有对象之间确定不同目标的区分关系。

例 2 计算表 1 给出的信息系统的几个条件属性子集的优势矩阵和目标分配矩阵。

$$\boldsymbol{M_A}=\begin{bmatrix}1&1&0&0&1&1\\0&1&0&0&1&1\\0&1&1&1&1&1\\0&0&0&1&0&1\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{M}_{\{a_1\}}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&1&0&0&1&1\\1&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&1\\0&1&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M_D}=\boldsymbol{M}_{\{d\}}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&0&1\\1&1&1&1&1&1\\0&0&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

定义 8 设 $\alpha=(a_1,a_2,\dots,a_n)^{\mathrm{T}}$ 和 $\beta=(b_1,b_2,\dots,b_n)^{\mathrm{T}}$ 为两个

n 维 $n\times 1$ 向量，若 $a_i \le b_i (i=1,\dots,n)$，称向量 α 小于向量 β，记作 $\alpha \le \beta$。

定义 9 设有矩阵 $\boldsymbol{M}_A=(\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n)^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{M}_B=(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_n)^{\mathrm{T}}$，其中，$\alpha_i$ 和 β_i $(i=1,\dots,n)$ 都是 n 维 $n\times 1$ 向量。若 $\alpha_i \le \beta_i (i=1,\dots,n)$ 则称 $\boldsymbol{M}_A$ 小于 $\boldsymbol{M}_B$，记作 $\boldsymbol{M}_A \le \boldsymbol{M}_B$。

显然，优势矩阵具有如下性质：

命题 4 设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统，且 $B\subseteq A$，优势矩阵分别为 $\boldsymbol{M}_B$，$\boldsymbol{M}_A$，则有 $\boldsymbol{M}_A \le \boldsymbol{M}_B$。

3 分配约简的矩阵算法

设 $I=(U, A, F, D, G)$为目标信息系统，且 $B\subseteq A$，优势矩阵分别为 $\boldsymbol{M}_B$，$\boldsymbol{M}_A$，目标分配矩阵是 $\boldsymbol{M}_D$。下面首先给出本算法的理论根据。

定理 1 信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$中，若 $B\subseteq A$ 且 $\boldsymbol{M}_B \le \boldsymbol{M}_D$ 不成立，则必存在一 $x\in U$，使得 $\sigma_B(x)\ne\sigma_A(x)$。

证明 由于 $\boldsymbol{M}_B \le \boldsymbol{M}_D$ 不成立，则知必然存在 $\boldsymbol{M}_B$ 与 $\boldsymbol{M}_D$ 的元素 m_{ij} 和 r_{ij}，使得 $m_{ij} > r_{ij}$。然而 $\boldsymbol{M}_B$ 与 $\boldsymbol{M}_D$ 又都是 0-1 矩阵，因此，$m_{ij}=1$ 且 $r_{ij}=0$。由 $m_{ij}=1$，可知 $x_j\in[x_i]_B^{\le}$。若设 $D_0=[x_j]_D^{\le}$，则 $D_0\cap[x_i]_B^{\le}\ne\varnothing$。因此，$D_0\in\sigma_B(x)$。另，由 $r_{ij}=0$，可知 $D_0=[x_j]_D^{\le}\notin\sigma_A(x)$。定理得证。

由定理 1 的逆否命题得到：

推论 1 信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$中若 $B\subseteq A$ 且对任意的 $x\in U$ 满足 $\sigma_B(x)=\sigma_A(x)$，则必有 $\boldsymbol{M}_B \le \boldsymbol{M}_D$。

定理 2 信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$中，若 $B\subseteq A$ 则 $M_B \le M_D$ 的充要条件是对任意的 $x\in U$ 都有 $\sigma_B(x)=\sigma_A(x)$ 成立。

证明 "$\Leftarrow$"：由推论 1 直接可得。

"$\Rightarrow$"：对任意的 $x_i\in U$，由于 $B\subseteq A$，由命题 2 有 $\sigma_A(x)\subseteq\sigma_B(x)$。

下面只需证 $\sigma_B(x)\subseteq\sigma_A(x)$。

任取 $D_0=[x_j]_D^{\le}\in\sigma_B(x)$，则有 $D_0\cap[x_i]_B^{\le}\ne\varnothing$。不妨设 $x_k\in D_0\cap[x_i]_B^{\le}$，则由 $x_k\in[x_i]_B^{\le}$，可知 $m_{ik}=1$。另由 $\boldsymbol{M}_B \le \boldsymbol{M}_D$，因此，$\boldsymbol{M}_D$ 的元素 $r_{ik}=1$。因此，由定义 7 可知 $[x_k]_D^{\le}\in\sigma_A(x_i)$，即 $[x_k]_D^{\le}\cap[x_i]_A^{\le}\ne\varnothing$。又 $x_k\in D_0=[x_j]_D^{\le}$，故有 $[x_k]_D^{\le}\subseteq[x_j]_D^{\le}$，因此，$[x_j]_D^{\le}\cap[x_i]_A^{\le}\ne\varnothing$，即 $D_0=[x_j]_D^{\le}\in\sigma_A(x)$。故有 $\sigma_B(x)\subseteq\sigma_A(x)$。定理得证。

推论 2 信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$中若 $B\subseteq A$ 则 B 是 I 的分配约简充要条件是 $\boldsymbol{M}_B \le \boldsymbol{M}_D$，且 B 的任意真子集 B' 都不满足 $\boldsymbol{M}_B \le \boldsymbol{M}_D$。

设 $I=(U,A,F,D,G)$为目标信息系统，其中 $U=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$。若条件属性子集 B 所确定的优势矩阵记为 $\boldsymbol{M}_B=(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_n)^{\mathrm{T}}$，$I$ 的目标分配矩阵记为 $\boldsymbol{M}_D=(\gamma_1,\gamma_2,\dots,\gamma_n)^{\mathrm{T}}$，其中，$\beta_i,\gamma_i\ (i=1,\dots,n)$ 分别是指 $\boldsymbol{M}_B$ 和 $\boldsymbol{M}_D$ 的第 i 行元素做成的 $n\times 1$ 列向量，上标 T 表示矩阵的转置，则由以上定理的思想便可以获得一个优势关系下信息系统分配约简的矩阵算法。

算法 1 优势关系下的信息系统分配约简的矩阵算法

输入 一个优势关系下信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$信息表，其中，$U=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$；$A=\{a_1,a_2,\dots,a_p\}$。

输出 信息系统 $I=(U, A, F, D, G)$的所有分配约简。

Step1 将信息表中完全相同的行进行合并，并记录频数。

Step2 计算 $I=(U, A, F, D, G)$的目标分配矩阵：$\boldsymbol{M}_D=(\gamma_1,\gamma_2,\dots,\gamma_n)^{\mathrm{T}}$。

Step3 对每个 $a_l\in A,(1\le l\le p)$ 计算其一级优势矩阵：$\boldsymbol{M}_{\{a_l\}}=\boldsymbol{M}_{\{a_l\}}^{(1)}=(\tau_1^{(1)},\tau_2^{(1)},\dots,\tau_n^{(1)})^{\mathrm{T}}$。

For $i=1$ to n。

若 $0\ne\tau_i^{(1)}\le\gamma_i$，则令 $\tau_i^{(1)}=0$，并将得到的新矩阵记作 $\boldsymbol{FM}_{\{a_l\}}^{(1)}$，进入下一步。

Step4 将上一步得到的 $FM_{\{a_l\}}^{(1)}=(\tau_1^{(1)},\tau_2^{(1)},\dots,\tau_n^{(1)})^{\mathrm{T}}$，$a_l\in A,(1\le l\le p)$ 称为一级分配矩阵，若 $FM_{\{a_l\}}^{(1)}=0$ 则输出一个一级分配约简：$\{a_l\}$；否则进入下一步。

Step5 由 Step3 得到的所有非 0 一级分配矩阵求交得到所有的二级等价优势矩阵：

$\boldsymbol{M}_{\{a_la_k\}}^{(2)}$，$(\boldsymbol{M}_{\{a_la_k\}}^{(2)}\ne\boldsymbol{M}_{\{a_l\}}^{(1)}$，$\boldsymbol{M}_{\{a_la_k\}}^{(2)}\ne\boldsymbol{M}_{\{a_k\}}^{(1)})$。

对所有的二级分配矩阵用 Step3 的方法求出所有的二级分配约简。

Step6 重复 Step5 可得到三级以上的分配约简，直到 0 矩阵结束。

上述算法的时间复杂度为 $O(|U|^2 2^{|A|})$。

4 实例分析

由于在表 1 中没有完全相同的行，故 Step1 省略；目标分配矩阵已在例 2 中给出，下面分别计算每个 $a_l\in A,(1\le l\le 3)$ 的优势矩阵。

$$\boldsymbol{M}_{\{a_1\}}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&1&0&0&1&1\\1&1&1&1&1&1\\0&1&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&1\\0&1&0&0&1&1\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{M}_{\{a_2\}}=\begin{bmatrix}1&1&0&0&1&1\\1&1&0&0&1&1\\1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&1&0\\1&1&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}_{\{a_3\}}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&1&1\\0&0&0&1&0&1\\0&1&1&1&1&1\\0&0&0&1&0&1\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{M}_D=\boldsymbol{M}_{\{d\}}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1\\0&1&1&1&0&1\\1&1&1&1&1&1\\0&0&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

分别将优势矩阵 $\boldsymbol{M}_{\{a_l\}},\boldsymbol{M}_{\{a_2\}},\boldsymbol{M}_{\{a_3\}}$ 与目标分配矩阵 $\boldsymbol{M}_{\{d\}}$ 的行进行对比，发现 $\boldsymbol{M}_{\{a_l\}}$ 与 $\boldsymbol{M}_{\{a_2\}}$ 的第 1、2、3、5 行都比 $\boldsymbol{M}_{\{d\}}$ 的小，而 $\boldsymbol{M}_{\{a_3\}}$ 的第 1、2、3、4、5 行都比 $\boldsymbol{M}_{\{d\}}$ 的小。故可知没有到一级分配约简。

因此，一级分配矩阵为

$$\boldsymbol{FM}_{\{a_1\}}^{(1)}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&1&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1&1\end{bmatrix}\ \boldsymbol{FM}_{\{a_2\}}^{(1)}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{FM}_{\{a_3\}}^{(1)}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&1\end{bmatrix}$$

下面构造二级优势矩阵：

$$M^{(2)}_{\{a_1,a_2\}}=FM^{(1)}_{\{a_1\}}\cap FM^{(1)}_{\{a_2\}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&1&0&1&1&1\\0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

$$M^{(2)}_{\{a_1,a_3\}}=FM^{(1)}_{\{a_1\}}\cap FM^{(1)}_{\{a_3\}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$M^{(2)}_{\{a_2,a_3\}}=FM^{(1)}_{\{a_2\}}\cap FM^{(1)}_{\{a_3\}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

分别将$M^{(2)}_{\{a_1,a_2\}}$、$M^{(2)}_{\{a_1,a_3\}}$、$M^{(2)}_{\{a_2,a_3\}}$与$M_{\{d\}}$进行对比，发现$M^{(2)}_{\{a_1,a_2\}}$没有二级分配约简；由于$M^{(2)}_{\{a_1,a_3\}}=M^{(2)}_{\{a_2,a_3\}}$的最后一行比$M_{\{d\}}$的最后一行小，因此，可得到二级分配约简为$\{a_1,a_3\},\{a_2,a_3\}$。令：

$$FM^{(2)}_{\{a_1,a_3\}}=FM^{(2)}_{\{a_2,a_3\}}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

算法结束。

因此，由算法 1 可知，例 1 的信息系统的所有分配约简是：$\{a_1,a_3\},\{a_2,a_3\}$。这与文献[11]的结果是一致的，而且从上面分析中可以看出：即使是对象集与属性集等数据都非常复杂的庞大信息表，该算法也是容易进行操作的，只需按照算法 1 编写程序计算。这相对辨识矩阵的方法就方便了许多。

5 结论

本文在基于优势关系下的信息系统中引入了优势矩阵和目标分配矩阵的概念，并进一步建立了文献[11]中提出的优势关系下信息系统分配约简的矩阵算法，同时通过实例分析验证了该算法的有效性，并说明了其优点是对数据复杂的信息表也可相对容易地求出所有的分配约简。该方法提供了在优势关系下信息系统知识分配约简的便捷操作方法，而且对一般的经典等价关系下的信息系统也是完全适用的。

参考文献

1 Pawlak Z. Rough Set: Theoretical Aspects of Reasoning about Data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.

2 Pawlak Z. Rough Sets[J]. Communication of the ACM, 1995, 38(1): 89-95.

3 王国胤. Rough 集理论与知识获取[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.

4 苗夺谦, 王　珏. 基于粗糙集的多变量决策树构造方法[J]. 软件学报, 1997, 8(6): 425-431.

5 王　珏, 王　任, 苗夺谦, 等. 基于 Rough Set 理论的“数据浓缩”[J]. 计算机学报, 1998, 21(5): 393-400.

6 王　珏, 苗夺谦, 周育健. 关于 Rough Set 理论与应用的综述[J]. 模式识别与人工智能, 1996, 9(4): 337-344.

7 张文修, 梁　怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社, 2003.

8 张文修, 米据生, 吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机学报, 2003, 26(1): 12-18.

9 Kryszkiewicz M. Comparative Studies of Alternative of Knowledge Reduction in Inconsistent Systems[J]. Intelligent Systems, 2001, 16(1): 105-120.

10 Grecos, Matarazzo B, Slowinski R. Rough Approximation of Preference Relation by Dominance Relations[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 117(1): 63-83.

11 徐伟华, 张文修. 基于优势关系下不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机科学, 2006, 33(2): 182-184.

(上接第 3 页)

该方法已经在一台 PIII800 的 PC 机上进行了模拟，其结果稳定，程序运行可靠，模型在各个侧面都较好地保留了人脸面部的特征，与原照片有较好的相似性。

为了获得更好的相似度，在人脸三维建模过程中，当特征点搜索误差较大时，可用交互方式进行修正或补偿。

该方法不仅可以用来重建人脸的三维模型，在虚拟环境实现人脸克隆，也可以用于其他比较复杂物体的三维建模。

参考文献

1 Yan Xu, Xu Changsheng, Tian Yingli, et al. 3D Face Image Acquisition and Reconstruction System[C]//Proc. of IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, St. Paul, Minnesota, USA. 1998: 18-21.

2 Douros I, DekkeL, Buxton B F. An Improved Algorithm for Reconstruction of the Surface of the Human Body from 3D Scanner Data Using Local B-Spline Patches[C]//Proc. of IEEE International Workshop on Modeling People. 1999: 29-36.

3 张翔宇, 华　蓓, 陈意云. 人脸建模和动画的基本技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001, 13(4): 342-347.

4 Escher M, Pandzic I, Thalmann N M. Facial Deformations for MPEG-4[C]//Proc. of Conference on Computer Animation. Philadephia, USA: IEEE Computer Society Press, 1998: 138-145.

5 Ostermann J. Animation of Synthetic Faces in MPEG-4[C]//Proc. of Conference on Computer Animation. Philadelphia, USA: IEEE Computer Society Press, 1998: 49-51.

6 Ambrosini L, Costa M, Lavagetto F, et al. 3D Head Model Calibration Based on MPEG-4 Parameters[C]//Proc. of the 6th ISPACS, Melbourne, Australia. 1998: 626-630.

7 尹宝才, 高　文, 晏　洁, 等. 基于模型的头部运动估计和面部图像合成[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(1): 67-71.

8 Yang Xueping, Ma Shiming. An Algorithm of Triangulation for a Set of Points in X-Y Plane[C]//Proceedings of CADDM'87. 1987: 95-104.