文章编号:1005-3085(2007)06-0957-15

基于粒计算的认知模型*

张文修, 徐伟华

(西安交通大学理学院信息与系统科学所，西安 710049)

摘 要: 本文从粒计算的观点对人类认知过程作了详细的研究，分析了属性与对象的充分性和必要性，并建立了严格的数学模型，将直觉和推理结合在一起得到了认知过程重要的本质结果，从而给出了认知的粒化描述和新的认知模型。该模型较为准确地描述了人类的认知过程，为研究模拟人类的高级智能、形象思维能力提供了一种新的便利工具。

关键词: 认知模型；粒计算；形式概念分析；粗糙集

分类号: AMS(2000) 65L07; 65N12 **中图分类号**: O235; TP18 **文献标识码**: A

1 引言

在当今信息化时代，随着生产自动化程度的提高，系统的复杂度进一步增加。传统意义上主要和身体技能相关的体力劳动，正逐渐被以问题解决和创新为主的思维任务所代替。人的思维能力日益成为生产力进一步发展的瓶颈。如何提高人的思维效率，改善人的思维质量，是当前诸如人工智能、认知工效学等思维科学的热门话题。

人工智能虽然在逻辑思维的模拟方面已经取得了比较大的成绩，但是在模拟人类的低级智能、形象思维能力上却远远没有达到预期的目的。这一新兴学科自1965年问世以来，取得了很大的发展。特别是专家系统的出现及其成功的应用，激起人们对人工智能研究的极大热情，陆续产生了许多有影响的学派。其中，较有代表性的学派如逻辑学派、认知学派、知识工程学派、联结学派、分布式学派以及最近出现的进化学派等。综合地分析，研究人工智能的途径有两种，即“自上而下”和“自下而上”[1]。这两种途径每一种都有各自的功效和不足，所以人们需要的是兼具两者长处的集成系统。

在人类认知过程当中信息粒起了重大的作用。信息粒是指人类在认识、推理和作决策中，将大量复杂的信息按其各自的特征和性能划分成若干较简单的块、类、群或组等，而每个为此划分出来的块、类、群或组被称为一个粒。这种处理信息的过程就被称为信息粒化 (information granulation)。1979年 Zadeh 在世界上首次提出并讨论了模糊信息粒化问题[2]，从此信息粒化的基本思想被应用到了许多领域中，如 Rough 集[3,4]、Fuzzy 集[5]、证据理论[6]等，并得到了越来越多的学者关注[7,8]。1985年，Hobbs 提出了粒度 (granularity) 的概念[9]，接着 Zadeh 在1996-1997年期间第一次提出粒计算 (granular computing) 的概念[10,11]，此时粒计算在软计算、知识发现、数据挖掘中扮演的角色越来越重要了，而且取得了很好的成果[12-16]。

另外，德国数学家 Wille 于1982年提出了形式概念分析 (formal concept analysis) 理论[17]。该理论是一种基于概念和概念层次的数学化的表达，是应用数学的一个分支。因此，在应用形

收稿日期: 2007-06-01. **作者简介**: 张文修(1940年10月生)，男，教授，博士生导师. 研究方向：模糊集，粗糙集，遗传算法，不确定推理，人工智能等.

***基金项目**: 国家973计划资助项目(2002CB312200).

式概念分析理论时，需要用数学的思维方式进行概念数据分析和知识的处理。所有的概念同它们之间的泛化与例化关系构成一个概念格。概念格的每个节点是一个形式概念。概念格结构模型是形式概念分析理论中的核心数据结构。它本质上描述了对象和特征之间的联系，表明了概念之间的泛化和例化关系，其相应的 Hasse 图则实现了对数据的可视化。而概念也是事物本质的反映，它对一类事物进行概括地表征。认知的增长便是主要得益于概念的学习。因此，形式概念分析也被认为是进行认知学习的有力工具。

在概念格研究方面，近几年来取得了不少进展，特别是结合粗糙集理论的研究方面，如：张文修等[18]提出了概念格属性约简理论与方法，将概念格的形式背景视为一类特殊的信息表，给出了概念格约简的判定定理，引入了形式背景的可辨识矩阵，在此基础上得到了寻找约简的方法；王虹等[19]研究了概念格与粗糙集的关系；范世青等[20]提出了基于模糊概念格的推理算法，研究了四类模糊概念格的性质与相互关系，并讨论了基于模糊概念格的模糊推理；马建敏等[21]提出了变精度概念格，并研究了和模糊概念格的关系，实现了概念格在模糊集与经典集之间的连接；仇国芳在[14,22]给出概念格的迭代算法；张文修等[22-24]还利用包含度方法讨论了决策规则的获取以及不确定推理，讨论了不同类型属性特征。

结合粒计算理论和形式概念分析理论，我们不难发现：认识的过程是对象与属性的变换过程。我们是通过对属性的了解进一步认识对象，或者从对象的认识进一步对属性判断。

当幼儿第一次对某个事物感兴趣的时候，在它的记忆中会留下关于该事物的大致印象，这种印象由几个实例主要的形象特征组成，描述很不精确。比如当他面对一只鸡的时候，你告诉他这是鸡，他就形成了一个“鸡”的概念，这种概念是粗略的、不准确的，即非必要或非充分的。当你再指着一只鸭问他这是什么时，他同样会告诉你是“鸡”。因为在他的大脑中“鸡就是一种有两条腿、全身长满羽毛的动物”，面对符合这个概念的东西，他首先会想到“鸡”。于是你纠正“这不是鸡，是鸭。鸭的嘴又长又扁，而鸡的嘴又短又尖”。由于感性的认识，幼儿在“鸭嘴”和“鸡嘴”概念的基础上进一步精化了关于“鸡”的概念和建立了“鸭”的粗略的概念。但是他绝不会把鸭说成是“水”，因为视觉形象告诉他水和鸭完全是两个领域的东西，它们之间没有共同的特征。当幼儿遇到一个他能明确知道自己不了解的新实例时，他可能会主动询问知识丰富的人，从而建立关于这个新实例的概念。

从小认识事物的过程是一个不断产生新概念、不断精化旧概念的过程。即不断通过对象和属性的充分性或必要性进行判断的过程。当他得到了一个对象与某些属性是充分且必要时，他便认识了这个概念。因此，我们可以说对象与属性不一致时，属性是必要的或充分的；当对象与属性一致时，属性是充要的。对象与属性的统一形成了概念，这便是人类认知过程的本质。

为此，本文从粒计算的观点对认知过程作了详细的研究，并建立了严格的数学模型，分析了属性与对象的充分必要性，得到了重要的结果，给出了新的认知模型，建立了认知的粒化描述，从而研究了人类的认知过程。

2　形式背景

在概念格理论中，用形式背景 (formal context) 表示所要分析的数据，进而可以从形式背景中提取出不同层次的概念以及概念之间的关系。

定义1[17]　称 (U,A,I) 为一个形式背景，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为对象集，每个 x_i $(i\leqslant n)$ 称为一个对象；$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$ 为属性集，每个 a_j $(j\leqslant m)$ 称为一个属性；I 为 U 和 A 之间的二元关系，$I\subseteq U\times A$。

在形式背景 (U,A,I) 中，若 $(x,a)\in I$，则说 x 具有属性 a，记为 xIa。本文中，用1表

示 $(x,a)\in I$，用0表示 $(x,a)\notin I$，这样形式背景就可以表示为只有0和1的表格。

对于形式背景 (U,A,I)，在对象子集 $X\subseteq U$ 和属性子集 $B\subseteq A$ 上可以定义一对对偶算子

$$X^*=\{a\mid a\in A,\forall x\in X,xIa\},\tag{1}$$

$$B^*=\{x\mid x\in U,\forall a\in B,xIa\}.\tag{2}$$

X^* 表示 X 中所有对象共同具有的属性集合，B^* 表示共同具有 B 中所有属性的对象集合。$\forall\, x\in U$，记 $\{x\}^*$ 为 x^*；$\forall\, a\in A$，记 $\{a\}^*$ 为 a^*。若 $\forall\, x\in U$，$x^*\neq\varnothing$，$x^*\neq A$，且 $\forall\, a\in A$，$a^*\neq\varnothing$，$a^*\neq U$，则称形式背景 (U,A,I) 是正则的。本文中，若未明确指出，形式背景都是正则的。

定义2[17]　设 (U,A,I) 为一个形式背景。如果一个二元组 (X,B) 满足 $X^*=B$，且 $B^*=X$，则称 (X,B) 是一个形式概念，简称概念。其中 X 称为概念的外延，B 称为概念的内涵。

例1　给出一个形式背景 (U,A,I)，其中 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$，$A=\{a,b,c,d\}$，见表1。

表1:　例1的形式背景

U	a	b	c	d
x_1	1	0	1	1
x_2	1	1	0	0
x_3	0	0	1	0
x_4	1	1	0	0

从这个形式背景中得到概念：$(U,\varnothing)$，$(124,a)$，$(24,ab)$，$(1,acd)$，$(13,c)$，$(\varnothing,A)$，其中124表示对象集合 $\{x_1,x_2,x_4\}$。

对于形式背景 (U,A,I)，有以下基本性质：

命题1[17]　对 $\forall\, X_1,X_2,X\subseteq U$ 和 $\forall\, B_1,B_2,B\subseteq A$，有：

1) $X_1\subseteq X_2\Rightarrow X_2^*\subseteq X_1^*$，$B_1\subseteq B_2\Rightarrow B_2^*\subseteq B_1^*$；
2) $X\subseteq X^{**}$，$B\subseteq B^{**}$；
3) $X^*=X^{***}$，$B^*=B^{***}$；
4) $X\subseteq B^*\Leftrightarrow B\subseteq X^*$；
5) $(X_1\cup X_2)^*=X_1^*\cap X_2^*$，$(B_1\cup B_2)^*=B_1^*\cap B_2^*$；
6) $(X_1\cap X_2)^*\supseteq X_1^*\cup X_2^*$，$(B_1\cap B_2)^*\supseteq B_1^*\cup B_2^*$；
7) (X^{**},X^*) 和 (B^*,B^{**}) 都是概念。

在经典概念格理论中，概念格是基于精确的形式背景的，对象与属性之间的关系只能取0或1，这与实际应用中对象与属性之间的关系通常是模糊、不确定的是不一致的。为了克服经典概念格理论的局限性，Burusco 等最先引入了模糊格理论[25-27]。

下面，我们列出模糊概念格定义与有关概念[14]。

设 L 为完备格，L^U 为定义在集合 U 上的所有 L 模糊集。对于任意 L 模糊集 $\tilde{X}_1$，$\tilde{X}_2\in L^U$，$\tilde{X}_1\subseteq\tilde{X}_2\Leftrightarrow\tilde{X}_1(x)\leqslant\tilde{X}_2(x)$。则 $(L^U,\subseteq)$ 是偏序集，特别地，$([0,1]^U,\subseteq)$ 与 $(\{0,1\}^U,\subseteq)$ 均为偏序集。

记 U 与 A 的幂集分别为 $\mathcal{P}(U)$，$\mathcal{P}(A)$，其模糊集的全体为 $\mathcal{F}(U)$，$\mathcal{F}(A)$。

定义3[14]　称 $(U,A,\tilde{I})$ 为 L 模糊形式背景，其中 U 为有限非空对象集，A 为有限非空的属性集，$\tilde{I}$ 表示定义在 U 与 A 之间的 L 模糊关系，即 $\tilde{I}:U\times A\rightarrow L$。

设 $\mathbf{L}=(L,\wedge,\vee,\otimes,\to,0,1)$ 为完备剩余格，$(U,A,\tilde{I})$ 为 L 模糊形式背景，对于任意 $\tilde{X}\in L^U$，$\tilde{B}\in L^A$，记

$$\tilde{X}^*(a)=\bigwedge_{x\in U}(\tilde{X}(x)\to\tilde{I}(x,a)), \tag{3}$$

$$\tilde{B}^*(x)=\bigwedge_{a\in A}(\tilde{B}(a)\to\tilde{I}(x,a)). \tag{4}$$

命题2[14] 设 $(U,A,\tilde{I})$ 为 L 模糊形式背景，$\mathbf{L}=(L,\wedge,\vee,\otimes,\to,0,1)$ 为完备剩余格。则对任意 $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, $\tilde{X}\in L^U$, $\tilde{B}_1$, $\tilde{B}_2$, $\tilde{B}\in L^A$，由(3)和(4)式定义的 $(*,*)$ 具有如下性质：

(P1) $\tilde{X}_1\subseteq\tilde{X}_2\Rightarrow\tilde{X}_2^*\subseteq\tilde{X}_1^*$，$\tilde{B}_1\subseteq\tilde{B}_2\Rightarrow\tilde{B}_2^*\subseteq\tilde{B}_1^*$。

(P2) $\tilde{X}\subseteq\tilde{X}^{**}$，$\tilde{B}\subseteq\tilde{B}^{**}$。

(P3) $\tilde{X}^*=\tilde{X}^{***}$，$\tilde{B}^*=\tilde{B}^{***}$。

(P4) $(\tilde{X}_1\cup\tilde{X}_2)^*=\tilde{X}_1^*\cap\tilde{X}_2^*$，$(\tilde{B}_1\cup\tilde{B}_2)^*=\tilde{B}_1^*\cap\tilde{B}_2^*$。

(P5) $\tilde{X}\subseteq\tilde{B}^*\Longleftrightarrow\tilde{B}\subseteq\tilde{X}^*$。

定义4[14] 设 $(U,A,\tilde{I})$ 为 L 模糊形式背景，对于 $\tilde{X}\in L^U,\tilde{B}\in L^A$，若有 $\tilde{X}=\tilde{B}^*$，$\tilde{B}=\tilde{X}^*$，则称 $(\tilde{X},\tilde{B})$ 为模糊形式概念。

命题3[14] 设 $(U,A,\tilde{I})$ 为模糊形式背景，记

$$L_f(U,A,\tilde{I})=\{(\tilde{X},\tilde{B})|\tilde{X}=\tilde{B}^*,\tilde{B}=\tilde{X}^*\},$$

定义

$$(\tilde{X}_1,\tilde{B}_1)\leqslant(\tilde{X}_2,\tilde{B}_2)\Longleftrightarrow\tilde{X}_1\subseteq\tilde{X}_2,$$

则 $L_f(U,A,\tilde{I})$ 是完备格，其交、并运算分别为

$$\bigwedge_{i\in I}(X_i,B_i)=\Big(\bigcap_{i\in I}X_i,(\bigcup_{i\in I}B_i)^{**}\Big),\qquad \bigvee_{i\in I}(X_i,B_i)=\Big(\Big(\bigcup_{i\in I}X_i\Big)^{**},\bigcap_{i\in I}B_i\Big).$$

例2 针对表2所示的模糊形式背景 $(U,A,\tilde{I})$，其中 $U=\{1,2,3\}$ 为对象集，$A=\{a,b,c,d\}$ 为属性集，我们根据定义4求出模糊概念格。

表2: 模糊形式背景

	a	b	c	d
1	1.0	0.3	0.7	0.1
2	0.5	0.0	0.4	0.2
3	0.7	0.1	0.2	0.2

我们取 R_0 算子[12]

$$a\to b=\begin{cases}1, & a\leqslant b\\ (1-a)\vee b, & a>b\end{cases},$$

$$a\otimes b=\begin{cases}a\wedge b, & a+b>1\\ 0, & a+b\leqslant 1\end{cases}.$$

取完备格 $L=\{0,0.1,0.2,\cdots,1\}$，易验证 $\mathbf{L}=(L,\wedge,\vee,\otimes,\to,0,1)$ 为完备对合剩余格。下面我们给出由表2所示模糊形式背景得到的模糊概念格，如图1所示。

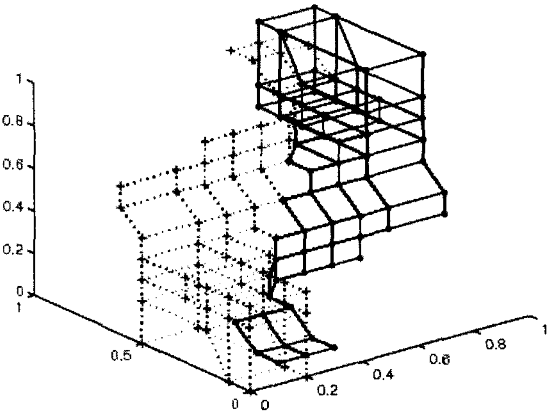

图1:　实线为 $(*,*)$ 在 $\tilde{I}$ 上形成的概念格

3　认知系统

由于认知过程本身是对象与属性的变换过程，即通过对象与属性的变换来判断和认识事物。当对象与属性统一时，我们便可掌握事物的某一性质或规律。人类认识事物时候都是从陌生的对象与属性开始，逐渐得到一些关于对象的充分或者必要属性，这样可以继续对剩下的那些陌生属性进一步认识直到找到充要属性。为此，我们想到在事物的对象与属性之间可以建立如下运算。

设 L 为一格，其零元和单位元分别表示为：0_L 和 1_L。

定义5　设 L_1 和 L_2 都是完备格。若将 L_1 的元素称为外延元，L_2 的元素称为内涵元，且从 L_1 到 L_2 的映射 $L: L_1 \to L_2$ 满足：

1)　$L(0_{L_1}) = 1_{L_2}$；$L(1_{L_1}) = 0_{L_2}$；

2)　$L(a_1 \vee a_2) = L(a_1) \wedge L(a_2)$，$\forall\, a_1, a_2 \in L_1$，

则称映射 L 为该认知过程的外延内涵算子。对 $a \in L_1$，称 $L(a)$ 为 a 的内涵。

从 L_2 到 L_1 的映射 $H: L_2 \to L_1$ 若满足：

1')　$H(0_{L_2}) = 1_{L_1}$；$H(1_{L_2}) = 0_{L_1}$；

2')　$H(b_1 \vee b_2) = H(b_1) \wedge H(b_2)$，$\forall\, b_1, b_2 \in L_2$，

则称映射 H 为该认知过程的内涵外延算子。对 $b \in L_2$，称 $H(b)$ 为 b 的外延。

定义6　若上述两个算子满足

$$H \circ L(a) \geq a; \qquad L \circ H(b) \geq b,$$

则称四元组 (L_1, L_2, L, H) 为一个认知系统，其中 $H \circ L(a)$, $L \circ H(b)$ 分别表示 $H(L(a))$ 和 $L(H(b))$。

由以上定义我们可以看出，L 和 H 两个算子恰好描述了认知中对象和属性的变化过程，且有下面重要性质。

定理1　设有认知系统 (L_1, L_2, L, H)，则以下结论成立。

1)　对任意的 $a_1, a_2 \in L_1$，若 $a_1 \leq a_2$，则 $L(a_2) \leq L(a_1)$。

2)　对任意的 $b_1, b_2 \in L_2$，若 $b_1 \leq b_2$，则 $H(b_2) \leq H(b_1)$。

3)　对任意的 $a_1, a_2 \in L_1$，有 $L(a_1) \vee L(a_2) \leq L(a_1 \wedge a_2)$。

4) 对任意的 $b_1, b_2 \in L_2$，有 $H(a_1) \vee H(a_2) \leq H(b_1 \wedge b_2)$。

5) 对任意的 $a \in L_1$，有 $L \circ H \circ L(a) = L(a)$。

6) 对任意的 $b \in L_2$，有 $H \circ L \circ H(b) = H(b)$。

证明 1) 由于 $a_1 \leq a_2$ 且 L 为外延内涵算子，于是有

$$L(a_2) = L(a_1 \vee a_2) = L(a_1) \wedge L(a_2),$$

故 $L(a_2) \leq L(a_1)$。

2) 同1)。

3) 因为 $(a_1 \wedge a_2) \leq a_1$ 和 $(a_1 \wedge a_2) \leq a_2$，故由1)可得

$$L(a_1) \leq L(a_1 \wedge a_2), \qquad L(a_2) \leq L(a_1 \wedge a_2).$$

于是有 $L(a_1) \vee L(a_2) \leq L(a_1 \wedge a_2)$。

4) 同3)。

5) 由 $H \circ L(a) \geq a$ 以及1)可得：$L(a) \geq L \circ H \circ L(a)$。又因为 $L \circ H(b) \geq b$，若取 $b = L(a)$，则有 $L \circ H \circ L(a) \geq L(a)$。故有 $L \circ H \circ L(a) = L(a)$。

6) 同5)。

结合形式概念分析，容易得出下面结论。

定理2 设有一形式背景 (U, A, I)，其中 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$，记 $L_1 = \mathcal{P}(U)$，$L_2 = \mathcal{P}(A)$，则由(1)和(2)式定义的 $(*, *)$ 运算为 (U, A, I) 上的外延和内涵算子。

证明 由命题1直接可得。

定理3 设 $(U, A, \tilde{I})$ 为 L 模糊形式背景，其中 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$，记 $L_1 = L^U$，$L_2 = L^A$，则由(3)和(4)式定义的 $(*, *)$ 运算分别为 $(U, A, \tilde{I})$ 上的外延和内涵算子。

证明 由命题2直接可得。

由以上可以看出，一个形式背景(模糊形式背景)可以看作是某一认知过程中对象与属性的关系。已经确定的一些概念，就是我们已经认识的东西。那些还没形成概念的元素之间的关系就是我们还没有认识到的东西，这样为了获得更多的认识，需按照定义5去寻找两个关于外延和内涵的算子，那就是我们以前熟习的形式背景(模糊形式背景)中的运算。

4 认知系统的信息粒

上一节中我们在事物的对象与属性之间可以建立了内涵与外延的两个运算，通过这两个算子可以反映出认识过程中对象与属性的变换过程。当对象与属性统一时，我们便可掌握事物的某一性质或规律。由于认识事物时候都是从陌生的对象与属性开始，这样可以通过这两个算子得到一些关于对象的充分或者必要属性，从而对剩下的那些陌生属性进一步认识。在这两个算子的基础上，我们将通过粒的观点讨论认知过程中属性与对象的关系。

为了反映认知系统的粒化描述，首先我们给出认知系统中信息粒的定义。

定义7 设 $L_1 = \mathcal{P}(U)$ 和 $L_2 = \mathcal{P}(A)$ 是完备格，L, H 分别是内涵外延算子和外延内涵算子，即 (L_1, L_2, L, H) 为一个认知系统。记

$$\mathcal{G}_1 = \{(a, b) \mid b \leq L(a), a \leq H(b)\},$$

$$\mathcal{G}_2 = \{(a, b) \mid L(a) \leq b, H(b) \leq a\}.$$

若 $(a,b) \in \mathcal{G}_1$，称 (a,b) 为该认知系统的必要信息粒，b 称为 a 的必要属性(如图2所示)，$\mathcal{G}_1$ 称为该认知系统的必要信息粒集。

若 $(a,b) \in \mathcal{G}_2$，称 (a,b) 为该认知系统的充分信息粒，b 称为 a 的充分属性(如图3所示)，$\mathcal{G}_2$ 称为该认知系统的充分信息粒集。

若 $(a,b) \in \mathcal{G}_1 \cup \mathcal{G}_2$，称 (a,b) 为该认知系统的信息粒。$\mathcal{G}_1 \cup \mathcal{G}_2$ 称为该认知系统的信息粒集。

若 $(a,b) \in \mathcal{G}_1 \cap \mathcal{G}_2$，即 a,b 满足 $b = L(a)$ 且 $a = H(b)$，称 (a,b) 为该认知系统的充要信息粒，b 称为 a 的充要属性。

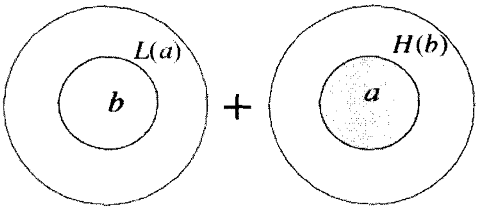

图2: (a,b) 为必要信息粒，b 是 a 的必要属性

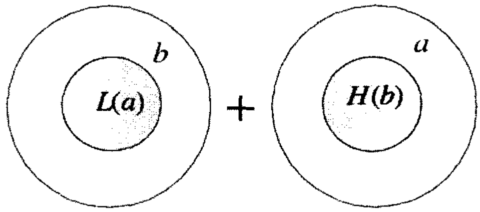

图3: (a,b) 为充分信息粒，b 是 a 的充分属性

由以上定义我们不难看出，认知系统的充要信息粒就是概念，这也是在认识过程中一直追求的目的。在生活的认知过程中我们往往是先认识其中的必要或者是充分信息粒，之后再根据已经认识的一点一滴去逐渐寻找充要信息粒，即概念。

定理4 设形式背景 (U,A,I)，其中 $U = \{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$，$A = \{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，记 $L_1 = \mathcal{P}(U)$，$L_2 = \mathcal{P}(A)$，则对任意的 $X \subseteq U$ 和 $B \subseteq A$，有

1) 若 $X^* \supseteq B$，$B^* \supseteq X$，则 B 是 X 的必要属性。

2) 若 $X^* \subseteq B$，$B^* \subseteq X$，则 B 是 X 的充分属性。

证明 由定义7及定理2直接可得。

定理5 设 $(U,A,\tilde{I})$ 为 L 模糊形式背景，其中 $U = \{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，$A = \{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，记 $L_1 = L^U$，$L_2 = L^A$，则对任意的 $\tilde{X} \in L^U, \tilde{B} \in L^A$ 有

1) 若 $\tilde{X}^* \supseteq \tilde{B}$，$\tilde{B}^* \supseteq \tilde{X}$，则 $\tilde{B}$ 是 $\tilde{X}$ 的必要属性。

2) 若 $\tilde{X}^* \subseteq \tilde{B}$，$\tilde{B}^* \subseteq \tilde{X}$，则 $\tilde{B}$ 是 $\tilde{X}$ 的充分属性。

证明 由定义7及定理3直接可得。

由以上可以看出，定义7和定理4，5给出了认知过程中当不可能得到一个精确的概念的时候，我们是力求认识其中的充分或者必要属性，从而达到一定的认识。

定理6 $(\mathcal{G}_1, \leqslant)$ 关于 $\wedge$, $\vee$ 运算封闭。

证明 设 (a_1,b_1), $(a_2,b_2) \in \mathcal{G}_1$，则

$$b_1 \le L(a_1), \quad b_2 \le L(a_2),$$
$$a_1 \le H(b_1), \quad a_2 \le H(b_2).$$

故有

$$a_1 \wedge a_2 \le H \circ L \circ H(b_1 \vee b_2) = H(b_1 \vee b_2) = H(b_1) \wedge H(b_2),$$
$$L(H(b_1) \wedge H(b_2)) = L \circ H(b_1 \vee b_2) \le L(a_1 \wedge a_2).$$

则 $(a_1,b_1) \wedge (a_2,b_2)$ 为必要信息粒。同理可证 $(a_1,b_1) \vee (a_2,b_2)$ 为必要信息粒。

定理7 $(\mathcal{G}_2, \leqslant)$ 关于 $\wedge$, $\vee$ 运算封闭。

证明 设 (a_1,b_1), $(a_2,b_2)\in\mathcal{G}_2$，则

$$L(a_1)\le b_1,\quad L(a_2)\le b_2,$$
$$H(b_1)\le a_1,\ H(b_2)\le a_2.$$

故有

$$H\circ L\circ H(b_1\vee b_2)=H(b_1\vee b_2)=H(b_1)\wedge H(b_2)\le a_1\wedge a_2.$$

由认知系统的性质可得

$$L(a_1\wedge a_2)\le L(H(b_1)\wedge H(b_2))=L\circ H(b_1\vee b_2).$$

则 $(a_1,b_1)\wedge(a_2,b_2)$ 为充分信息粒。同理可证 $(a_1,b_1)\vee(a_2,b_2)$ 为充分信息粒。

由于 $(\mathcal{G}_1,\leqslant)$ 与 $(\mathcal{G}_2,\leqslant)$ 是拟序关系，虽然对 $\wedge$ 与 $\vee$ 运算封闭，但不构成格，称它们为拟格。

例3 在例1中，部分必要信息粒集 $\mathcal{G}_1$ 构成的拟格见图4，部分充分信息粒集 $\mathcal{G}_2$ 构成的拟格见图5。

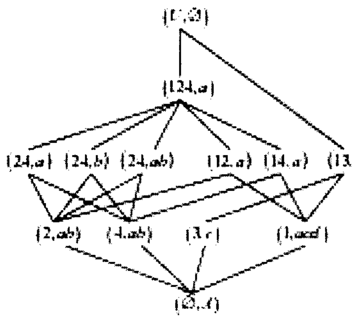

图4: 例1的部分必要信息粒 $\mathcal{G}_1$

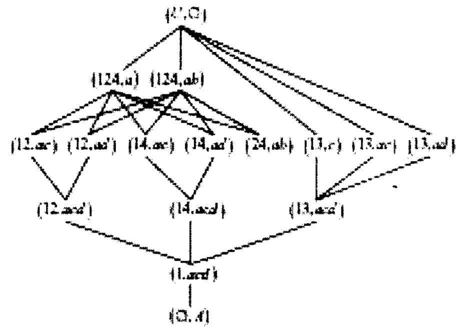

图5: 例1的部分充分信息粒 $\mathcal{G}_2$

5 认知系统的矛盾粒及其析化

上节中给出了认知系统的必要信息粒和充分信息粒的定义，反映了认知过程中的由属性来认识对象的部分，或者说反映出了认识事物时的一种情况。而认识事物的过程中有很多情况是不只没有得到概念，完全有可能必要信息粒和充分信息粒都没有得到，这就是我们经常遇到的认知过程中的无所适从的情况。对此，有该如何描述呢？

下面我们来给出这种情况的粒化模型。

定义8 设 (L_1,L_2,L,H) 为一个认知系统，$\mathcal{G}_1,\mathcal{G}_2$ 分别为必要信息粒集和充分信息粒集。若 $(a,b)\notin\mathcal{G}_1\cup\mathcal{G}_2$，称 (a,b) 为该认知系统的矛盾粒。此时图1和图2的情形不成立了。

可以看出定义8给出了由于属性与对象之间没有直接的关系从而使得无法认知的情况。对于这种情况，实际生活中我们往往是先找出对象与属性的间接联系，进而通过观察它们之间与原来是否有一定的联系试图去认知。下面就是这一思想的粒化描述，即矛盾粒的析化。

定理8 设 (L_1,L_2,L,H) 为一个认知系统，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 $a\in L_1$，$b\in L_2$，则 $(a\wedge H(b),b\vee L(a))$ 和 $(a\vee H(b),b\wedge L(a))$ 均为必要信息粒(如图6，7所示)，即有

1) $(a\wedge H(b),b\vee L(a))\in\mathcal{G}_1$，　　2) $(a\vee H(b),b\wedge L(a))\in\mathcal{G}_1$.

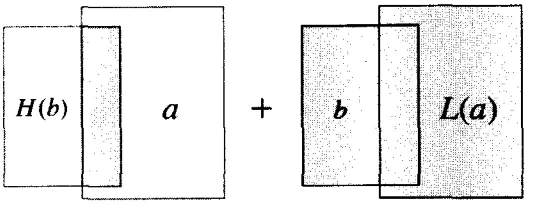

图6: $(a\wedge H(b), b\vee L(a))$ 为必要信息粒

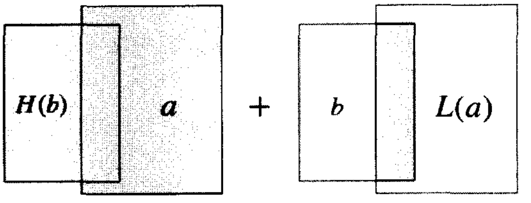

图7: $(a\vee H(b), b\wedge L(a))$ 为必要信息粒

证明 由 (L_1, L_2, L, H) 是认知系统，结合定理1及定义7可得

$$L(a\wedge H(b))\geq L(a)\vee L(H(b))\geq L(a)\vee b$$

和

$$H(b\vee L(a))=H(b)\wedge H(L(a))\geq a\wedge H(b).$$

于是 $(a\wedge H(b), b\vee L(a))\in \mathcal{G}_1$，即(1)成立。

同理可证(2)。定理获证。

定理9 设 (L_1, L_2, L, H) 为一个认知系统，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 $a\in L_1$，$b\in L_2$，则 $(H(b), b\wedge L(a))$ 和 $(a\wedge H(b), L(a))$ 均为必要信息粒(如图8，9所示)，即有：1) $(H(b), b\wedge L(a))\in \mathcal{G}_1$. 2) $(a\wedge H(b), L(a))\in \mathcal{G}_1$.

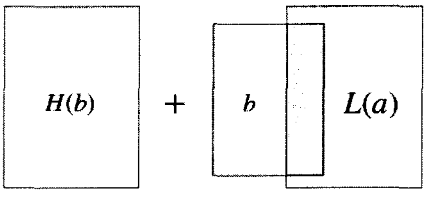

图8: $(H(b), b\wedge L(a))$ 为必要信息粒

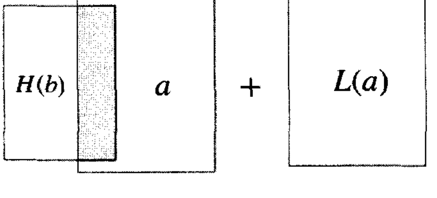

图9: $(a\wedge H(b), L(a))$ 为必要信息粒

证明 由 (L_1, L_2, L, H) 是认知系统，结合定理1及定义7可得

$$L \circ H(b) \geq b \geq L(a) \wedge b$$

和

$$H(b \wedge L(a)) \geq H \circ L \circ H(b) = H(b).$$

于是 $(H(b), b \wedge L(a)) \in \mathcal{G}_1$，即(1)成立。

同理可证(2)。定理获证。

定理10 设 (L_1, L_2, L, H) 是认知系统，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 $a \in L_1$，$b \in L_2$，则 $(H \circ L(a), b \vee L(a))$ 和 $(a \vee H(b), L \circ H(b))$ 均为充分信息粒(如图10，11所示)，即有

1) $(H \circ L(a), b \vee L(a)) \in \mathcal{G}_2$，　　2) $(a \vee H(b), L \circ H(b)) \in \mathcal{G}_2$.

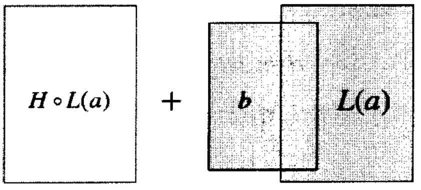

图10: $(H \circ L(a), b \vee L(a))$ 为充分信息粒

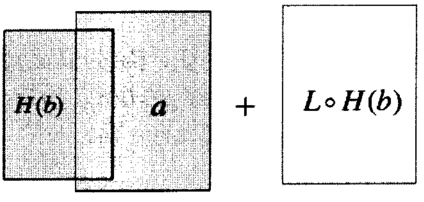

图11: $(a \vee H(b), L \circ H(b))$ 为充分信息粒

证明 由 (L_1, L_2, L, H) 是认知系统，结合定理1及定义7可得

$$L \circ H \circ L(a) = L(a) \leq L(a) \vee b$$

和

$$H(L(a) \wedge b) = H \circ L(a) \wedge H(b) \leq H \circ L(a).$$

于是有 $(H \circ L(a), b \vee L(a)) \in \mathcal{G}_2$，即(1)成立。

同理可证(2)。

定理11 设 (L_1, L_2, L, H) 是认知系统，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 $a \in L_1$，$b \in L_2$，则 $(H \circ L(a), b \wedge L(a))$ 和 $(a \wedge H(b), L \circ H(b))$ 均为必要信息粒(如图12，13所示)，即有

1) $(H \circ L(a), b \wedge L(a)) \in \mathcal{G}_1$，　　2) $(a \wedge H(b), L \circ H(b)) \in \mathcal{G}_1$.

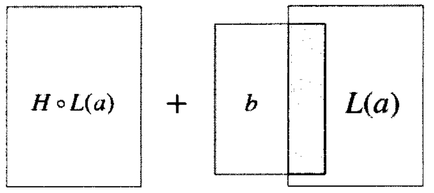

图12: $(H\circ L(a), b\wedge L(a))$ 为必要信息粒

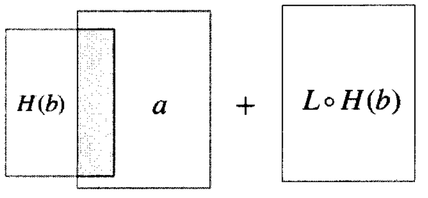

图13: $(a\wedge H(b), L\circ H(b))$ 为必要信息粒

证明　由 (L_1, L_2, L, H) 是认知系统，结合定理1及定义7可得

$$L\circ H\circ L(a) = L(a) \geq L(a)\wedge b$$

和

$$H(L(a)\wedge b) \geq H\circ L(a)\vee H(b) \geq H\circ L(a).$$

于是有 $(H\circ L(a), b\wedge L(a))\in\mathcal{G}_1$，即(1)成立。

同理可证(2)。

6　认知系统中信息粒的转化

由以上分析可知，当我们在认识过程中不只没有得到概念，而且必要信息粒和充分信息粒都没有得到，这时只需要利用定理8到定理11来进行认知，从而将其中没有用的信息转化为非常有用的信息。然而，这样并不能得到全面的认识，因为我们没有得到认知系统中最为重要信息粒，即充要信息粒。

下面我们给出如何将充分信息粒和必要信息粒进一步转化为充要信息粒，从而对事物得到全面的认知。

定理12　设 (L_1, L_2, L, H) 为认知系统，$L_1<\infty$，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 (a_1, b_1) 为必要信息粒，即 $(a_1, b_1)\in\mathcal{G}_1$，记

$$a_n = a_{n-1}\vee H(b_{n-1}),\quad n\geq 2;$$

$$b_n = L(a_n),\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使得 (a_{n_0}, b_{n_0}) 为充要信息粒。

证明　由于 a_n 是单调增的，$|L_1|<\infty$，则必存在 n_0，当 $n\geq n_0$ 时，$a_n = a_{n_0}$。于是 $a_{n_0} = a_{n_0+1} = a_{n_0}\vee H(b_{n_0})$。则 $a_{n_0}\geq H(b_{n_0})$，由必要信息粒有 $a_{n_0}\leq H(b_{n_0})$，则 $a_{n_0} = H(b_{n_0})$，又因 $b_{n_0} = L(a_{n_0})$，于是 $(a_{n_0}, b_{n_0})\in\mathcal{G}_2$。

因此，(a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

定理13 设 (L_1,L_2,L,H) 为一认知系统，$L_2<\infty$，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 (a_1,b_1) 为必要信息粒，即 $(a_1,b_1)\in\mathcal{G}_1$，记

$$b_n=b_{n-1}\vee L(a_{n-1}),\quad n\geq 2;$$

$$a_n=H(b_n),\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使得 (a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

证明 由于 b_n 是单调增的，$|L_2|<\infty$，则必存在 n_0，当 $n\geq n_0$ 时，$b_n=b_{n_0}$。于是 $b_{n_0}=b_{n_{0+1}}=b_{n_0}\vee L(a_{n_0})$，则 $b_{n_0}\geq L(a_{n_0})$。由必要信息粒有 $b_{n_0}\leq L(a_{n_0})$，则 $b_{n_0}=L(a_{n_0})$。又因 $a_{n_0}=H(b_{n_0})$，于是 $(a_{n_0},b_{n_0})\in\mathcal{G}_2$。

因此，(a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

定理14 设 (L_1,L_2,L,H) 为一认知系统，$L_1<\infty$，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 (a_1,b_1) 为充分信息粒，即 $(a_1,b_1)\in\mathcal{G}_2$，记

$$a_n=a_{n-1}\wedge H(b_{n-1}),\quad n\geq 2;$$

$$b_n=L(a_n),\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使得 (a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

证明 由于 a_n 是单调减的，$|L_1|<\infty$，则必存在 n_0，当 $n\geq n_0$ 时，$a_n=a_{n_0}$。于是 $a_{n_0}=a_{n_{0+1}}=a_{n_0}\wedge H(b_{n_0})$，则 $a_{n_0}\leq H(b_{n_0})$。由充分信息粒有 $a_{n_0}\geq H(b_{n_0})$，则 $a_{n_0}=H(b_{n_0})$，又因 $b_{n_0}=L(a_{n_0})$，于是 $(a_{n_0},b_{n_0})\in\mathcal{G}_1$。

因此，(a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

定理15 设 (L_1,L_2,L,H) 为一认知系统，$L_2<\infty$，$\mathcal{G}_1$，$\mathcal{G}_2$ 分别为其必要信息粒集和充分信息粒集。若 (a_1,b_1) 为充分信息粒，即 $(a_1,b_1)\in\mathcal{G}_2$，记

$$b_n=b_{n-1}\wedge L(a_{n-1}),\quad n\geq 2;$$

$$a_n=H(b_n),\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使得 (a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

证明 由于 b_n 是单调减的，$|L_2|<\infty$，则必存在 n_0，当 $n\geq n_0$ 时，$b_n=b_{n_0}$。于是 $b_{n_0}=b_{n_{0+1}}=b_{n_0}\wedge L(a_{n_0})$，则 $b_{n_0}\leq L(a_{n_0})$，由充分信息粒有 $b_{n_0}\geq L(a_{n_0})$，则 $b_{n_0}=L(a_{n_0})$。又因 $a_{n_0}=H(b_{n_0})$，于是 $(a_{n_0},b_{n_0})\in\mathcal{G}_1$。

因此，(a_{n_0},b_{n_0}) 为充要信息粒。

由以上认知定理结合形式背景以及模糊形式背景，我们可以有下面结论。

定理16 设 (U,A,I) 为形式背景，其中 $U=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，若对任意的 $X\subseteq U$ 和 $B\subseteq A$ 有：$B\subseteq X^*$，$X\subseteq B^*$，且记

$$X_n=X_{n-1}\cup B^*_{n-1},\quad n\geq 2;\tag{5}$$

$$B_n=X^*_n,\quad n\geq 2.\tag{6}$$

则存在 n_0，使 (X_{n_0},B_{n_0}) 为形式概念。

证明 由定理2和12直接可得。

定理17 设 (U,A,I) 为形式背景，其中 $U=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，若对任意的 $X\subseteq U$ 和 $B\subseteq A$ 有：$B\subseteq X^*$，$X\subseteq B^*$，且记

$$B_n=B_{n-1}\cup X_{n-1}^*,\quad n\geq 2;$$

$$X_n=B_n^*,\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使 (X_{n_0},B_{n_0}) 为形式概念。

证明 由定理2和13直接可得。

定理18 设 (U,A,I) 为形式背景，其中 $U=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，若对任意的 $X\subseteq U$ 和 $B\subseteq A$ 有：$X^*\subseteq B$，$B^*\subseteq X$，且记

$$X_n=X_{n-1}\cap B_{n-1}^*,\quad n\geq 2;$$

$$B_n=X_n^*,\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使 (X_{n_0},B_{n_0}) 为形式概念。

证明 由定理2和14直接可得。

定理19 设 (U,A,I) 为形式背景，其中 $U=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，若对任意的 $X\subseteq U$ 和 $B\subseteq A$ 有：$X^*\subseteq B$，$B^*\subseteq X$，且记

$$B_n=B_{n-1}\cap X_{n-1}^*,\quad n\geq 2;$$

$$X_n=B_n^*,\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使 (X_{n_0},B_{n_0}) 为形式概念。

证明 由定理2和15直接可得。

定理20 设 $(U,A,\tilde{I})$ 为模糊形式背景，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$，$L_1=\mathcal{F}(U)$，$L_2=\mathcal{F}(A)$，取例2中的完备对合剩余格，则有以下性质：

1) 若对任意的 $\tilde{X}\in\mathcal{F}(U)$，$\tilde{B}\in\mathcal{F}(A)$ 有：$\tilde{B}\subseteq\tilde{X}^*$，$\tilde{X}\subseteq\tilde{B}^*$，且记

$$\tilde{X}_n=\tilde{X}_{n-1}\cup\tilde{B}_{n-1}^*,\quad n\geq 2;$$

$$\tilde{B}_n=\tilde{X}_n^*,\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使 $(\tilde{X}_{n_0},\tilde{B}_{n_0})$ 为模糊形式概念。

2) 若对任意的 $\tilde{X}\in\mathcal{F}(U)$，$\tilde{B}\in\mathcal{F}(A)$ 有：$\tilde{B}\subseteq\tilde{X}^*$，$\tilde{X}\subseteq\tilde{B}^*$，且记

$$\tilde{B}_n=\tilde{B}_{n-1}\cup\tilde{X}_{n-1}^*,\quad n\geq 2;$$

$$\tilde{X}_n=\tilde{B}_n^*,\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使 $(\tilde{X}_{n_0},\tilde{B}_{n_0})$ 为模糊形式概念。

3) 若对任意的 $\tilde{X}\in\mathcal{F}(U)$，$\tilde{B}\in\mathcal{F}(A)$ 有：$\tilde{X}^*\subseteq\tilde{B}$，$\tilde{B}^*\subseteq\tilde{X}$，且记

$$\tilde{X}_n=\tilde{X}_{n-1}\cap\tilde{B}_{n-1}^*,\quad n\geq 2;$$

$$\tilde{B}_n=\tilde{X}_n^*,\quad n\geq 2.$$

则存在 n_0，使 $(\tilde{X}_{n_0},\tilde{B}_{n_0})$ 为模糊形式概念。

4) 若对任意的 $\tilde{X} \in \mathcal{F}(U)$, $\tilde{B} \in \mathcal{F}(A)$ 有: $\tilde{X}^* \subseteq \tilde{B}$, $\tilde{B}^* \subseteq \tilde{X}$, 且记

$$\tilde{B}_n = \tilde{B}_{n-1} \cap \tilde{X}^*_{n-1}, \quad n \geq 2;$$
$$\tilde{X}_n = \tilde{B}^*_n, \quad n \geq 2.$$

则存在 n_0, 使 $(\tilde{X}_{n_0}, \tilde{B}_{n_0})$ 为模糊形式概念。

证明 由于 $|U| < \infty$, $|A| < \infty$, 则 $|\mathcal{F}(U)| < \infty$, $|\mathcal{F}(A)| < \infty$, 由定理16-19直接可得。

例4 在例1中取 $a_0 = \{a_1, a_4\}$, $b_0 = \{a, b\}$, 显然它是个矛盾粒。然而我们可以由定理9转化为必要信息粒 $(24, a), (4, a)$, 利用定理12得到充要粒为 $(124, a)$, 利用定理13可以得到充要粒为 $(24, ab)$。

当然，在上例中我们也可以利用定理10将已知矛盾粒转化为充分信息粒 $(124, ab)$, 再由定理14可以得到充要信息粒 $(24, ab)$, 利用定理15得到充要粒为 $(124, a)$。

从上述例子可以看到，任意给出一般对象集合和属性集合，无论先转化为必要信息粒还是先转化为充分信息粒，都可以通过转化得到充要信息粒，即概念，并且得到的充要信息粒是完全相同的，这也是认知事物的本质过程。

7 结论

众所周知，人类认识事物的过程是一个不断产生新概念、不断精化旧概念的过程。即不断通过对象和属性的充分性或必要性进行判断的过程。当他得到了一个对象与某些属性是充分且必要时，他便认识了这个概念。因此，我们可以说对象与属性不一致时，属性是必要的或充分的；当对象与属性一致时，属性是充要的。对象与属性的统一形成了概念，这便是人类认知过程的本质。本文从认知的这一本质出发，结合粒计算和形式背景分析的理论给出了认知的具体的数学模型，建立了认知的粒化描述，并讨论了在这一模型下的各种认知情况，得到了一些非常重要的结果。然而，人类的认知过程是一个非常复杂的问题。我们只是给出一个基于粒计算的认知模型，文章对于认知与行动、主动性之间的关系都没有进行探讨。这也是在该模型基础上将来要研究的重点。虽然本文提出的认知模型还不是很成熟，但是不难看到这种真正能够自发进行认知的系统将来必将能够在机器学习、数据挖掘、人工智能等领域发挥作用。

参考文献:

[1] 史忠植. 高级人工智能[M]. 北京：科学出版社，1998
[2] Zadeh L A. Fuzzy sets and information granularity[C]// Gupta N, Ragade R, Yager R. (eds.) Advances in Fuzzy Set Theory and Application. Amsterdam: NorthHolland, 1979: 3-18
[3] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11: 341-356
[4] Pawlak Z. Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991
[5] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information Control, 1985, 8: 338-353
[6] Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence[M]. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1976
[7] Skowron A, Stepaniuk J. Information granules: towards foundations of granular computing[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16: 57-85
[8] Yao Y Y. Information granulation and rough set approximation[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16: 87-104
[9] Hobbs J R. Granularity[C]// Proc of IJCAI, Los Angeles, 1985: 432-435
[10] Zadeh L A. Fuzzy logic-computing with words[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1996, 4: 103-111

[11] Zadeh L A. Towards a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 19: 111-127
[12] 王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理[M] 北京：科学出版社，2000
[13] 张文修，吴伟志，梁吉业等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京：科学出版社，2001
[14] 张文修，姚一豫，梁怡. 粗糙集与概念格[M]. 西安：西安交通大学出版社，2006
[15] Wang G J, Zhang W X. Consisitency degree of finite theories in Lukasiwicz propositional fuzzy logic[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 149: 275-284
[16] An Q S, Zhang W X. The measures relationships study of three soft rules based on granular computing[J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2006, 4062: 371-376
[17] Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations[M]. Berlin: Springer, 1999
[18] Zhang W X, Wei L, Qi J J. Attribute reduction theory and approach to concept lattice[J]. Science in China Series F-Information Sciences, 2005, 48(b): 713-726
[19] Wang H, Zhang W X. Relationships between concept lattice and rough set[J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2006, 4029: 538-547
[20] Fan S Q, Zhang W X, Xu W. Fuzzy inference based on fuzzy concept lattice[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157: 3177-3187
[21] Ma J M, Zhang W X, Cai S. Variable threshold concept lattice and dependence space[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006, 4223: 109-118
[22] 张文修，仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京：清华大学出版社，2005
[23] 张文修，梁怡，徐萍. 基于包含度的不确定推理[M]. 北京：清华大学出版社，2007
[24] Chen D G, Zhang W X, Yeung D, Tsang E C C. Rough approximations on a completely distributive lattice with applications to generalized rough sets[J]. Information Sciences, 2006, 176(13): 1829-1848
[25] Burusco A, Fuentes-Gonzáles R. The study of the L-fuzzy concept lattice[J]. Mathware & Soft computing, 1994, I(3): 209-218
[26] Burusco A, Fuentes-Gonzáles R. Concept lattices defined from implication operators[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114: 431-436
[27] Burusco A, Fuentes-Gonzáles R. Construction of the L-fuzzy concept lattice[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 97: 109-114

Cognitive Model Based on Granular Computing

ZHANG Wen-xiu, XU Wei-hua

(Institute of Information and System Science, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract: Based on granular computing, this paper builds a novel cognitive model. By analyzing the sufficiency and necessity of attributes and objects, we derive the description of cognitive process and establish the mathematical model. The model provides a new convenient tool for the research of artificial intelligence.

Keywords: cognition model; granular computing; formal concept analysis; rough set