第45卷 第1期 2018年1月
计 算 机 科 学 COMPUTER SCIENCE
Vol. 45 No. 1 Jan. 2018

带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统的部分一致约简

林冰雁 徐伟华 杨 倩
(重庆理工大学理学院 重庆400054)

摘 要 现实生活中,不同的需求导致许多信息系统的属性值是基于直觉模糊数的。针对这一现象,在加权得分函数的基础上建立了一种直觉模糊序关系,并给出了不协调带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统。进一步,在该复杂系统中引入了部分一致函数,并通过部分一致可辨识矩阵研究求解部分一致约简的方法。最后,通过案例分析验证了该方法的可行性与有效性。

关键词 粗糙集,直觉模糊集,序信息系统,加权得分函数,部分一致约简
中图法分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.01.025

Partially Consistent Reduction in Intuitionistic Fuzzy Ordered Decision Information Systems with Preference Measure

LIN Bing-yan XU Wei-hua YANG Qian
(School of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract In real life, the attribute values of many information systems are based on intuitionistic fuzzy numbers because of different needs. In view of this phenomenon, an intuitionistic fuzzy order relation was established on the basis of the weighted score function and an inconsistent intuitionistic fuzzy ordered decision information system with preference measure was proposed. Furthermore, the partial consistent function was introduced into the complex system, and the method of solving partially consistent reduction was studied by the partially consistent discernibility matrix. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed method were verified by a case.

Keywords Rough set, Intuitionistic fuzzy set, Ordered information system, Weighted score function, Partially consistent reduction

1 引言

许多学科领域都普遍存在不确定性,而模糊性是不确定性的一个重要方面。自1965年美国控制论专家Zadeh根据元素的隶属度提出了模糊集[1]的概念以来,该理论得到了迅速的发展。同时,直觉模糊集[2-4]是模糊集的一种延拓,由保加利亚学者Atanassov于1986年提出。相较于模糊集,直觉模糊集在处理模糊性等方面更方便、有效,能够考虑到隶属度、非隶属度以及犹豫度这3个方面的信息。自被提出以来,直觉模糊集理论的研究受到了国内外学者极大的关注。此外,该研究也已被应用于决策、市场预测、逻辑规划和医疗诊断等诸多领域,并取得了丰硕的成果[5]。

在1982年,粗糙集理论[6-7]由波兰科学院院士、华沙理工大学教授Pawlak提出。该理论是一种处理模糊性和不确定信息的新型数学工具。从数学的角度来看,粗糙集是研究集合的;从人工智能的角度来看,粗糙集是研究信息系统的。经过30多年的发展,粗糙集理论形成了相对完备的理论体系。属性约简[8-10]是粗糙集理论中非常重要的内容,要求在知识库分类和决策能力不变的条件下删除其中不相关或不重要的属性。通过属性约简去掉冗余的属性,既不会丢失必要信息,又可以使知识得以简化,降低空间复杂度和时间复杂度。

由于各种原因,现实生活中有很多基于优势关系的信息系统,同时也有许多信息系统的属性值是直觉模糊数。本文对隶属度、非隶属度和犹豫度进行加权,根据加权得分函数,给出了直觉模糊序关系的一种新定义,并将其应用于决策信息系统,从而建立不协调的带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统。在此基础上,在不协调的带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统中引入了部分一致函数、部分一致可辨识属性集以及部分一致可辨识矩阵,得到了求解部分一致约简的方法,并通过案例分析比较了求解部分一致约简的两种方法的优劣性。

2 带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统

本文用表格来表示收到的信息与知识,其中行表示论域

到稿日期:2017-05-08 返修日期:2017-09-27 本文受国家自然科学基金(61472463,61402064),重庆市自然科学基金(cstc2015jcyjA40053),重庆市研究生科研创新基金(CYS17281),重庆理工大学研究生创新基金(YCX2016227)资助。
林冰雁(1993-),女,硕士生,主要研究方向为人工智能与粒计算;徐伟华(1979-),男,博士,教授,主要研究方向为粗糙集理论与应用、不确定性推理,E-mail:xuweihua@cqut.edu.cn(通信作者);杨 倩(1993-),女,硕士生,主要研究方向为人工智能与粒计算。

的对象，列表示对象的属性，这样的表格叫作信息系统。在信息系统中，若既有条件属性又有决策属性，则该信息系统称为决策信息系统（决策表）。为了使读者便于理解，先给出一些基本概念。

定义 1[8]　称一个五元组 $I=(U,AT\cup DT,F,G)$ 为一个决策信息系统，三元组 $I=(U,AT,F)$ 是信息系统，AT 为条件属性集，DT 为决策属性集。其中 U 是非空有限对象集，$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$；AT 是有限条件属性集，$AT=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}$；$DT$ 是有限决策属性集，$DT=\{d_1,d_2,\cdots,d_q\}$；$F$ 是 U 与 AT 的关系集，$F=\{f:U\rightarrow V_a,a\in AT\}$，$V_a$ 为条件属性 a 的有限值域；G 是 U 与 DT 的关系集，$G=\{g:U\rightarrow V_d,d\in DT\}$，$V_d$ 为决策属性 d 的有限值域。

定义 2[8]　设 $I_*=(U,AT\cup\{d\},F,G)$ 为决策信息系统，对任意的 $f\in F,g\in G,a\in AT$ 和 $x\in U$，都有：

$$f(x,a)=\langle x,\mu_a(x),\nu_a(x)\rangle,g(x,d)\in R(R\text{ 为实数集})$$

其中，函数 $\mu_a:U\rightarrow[0,1]$ 和函数 $\nu_a:U\rightarrow[0,1]$ 分别表示 U 中元素 x 在条件属性 a 下的隶属度和非隶属度，并且满足 $0\leqslant\mu_a(x)+\nu_a(x)\leqslant1$，称 $f(x,a)$ 是直觉模糊数。记 $f(a)=\{\langle x,\mu_a(x),\nu_a(x)\rangle|a\in AT\}$，则称 $f(a)$ 为 U 上的直觉模糊集。称 $I_*=(U,AT,F)$ 是直觉模糊信息系统，$I_*=(U,AT\cup\{d\},F,G)$ 为直觉模糊决策信息系统。

定义 3[11]　设 $I_*=(U,AT,F)$ 为一个直觉模糊信息系统，$\forall x\in U$，$\forall a\in AT$，定义对象 x 对属性 a 的加权得分函数：

$$S_a(x)=\omega_1\mu_a(x)-\omega_2\nu_a(x)-\omega_3\pi_a(x)$$

其中，$\mu_a(x)$ 和 $\nu_a(x)$ 分别表示对象 x 在条件属性 a 下的隶属度和非隶属度，且满足 $0\leqslant\mu_a(x)+\nu_a(x)\leqslant1$；$\pi_a(x)=1-\mu_a(x)-\nu_a(x)$ 表示对象 x 对属性 a 的犹豫度；加权系数满足 $\omega_1+\omega_2+\omega_3=1(0\leqslant\omega_i\leqslant1,i=1,2,3)$。

需要注意：ω_1 为隶属度的权重，当得分评价越看重隶属度时，ω_1 的取值越大；ω_2 为非隶属度的权重，当得分评价越看重非隶属度时，ω_2 的取值越大；$\omega_3(\omega_3=1-\omega_1-\omega_2)$ 为犹豫度的权重，当得分评价越看重犹豫度时，ω_3 的取值越大。因此在进行得分评价时，根据实际需求给出相应的权重。由于 $\omega_1+\omega_2+\omega_3=1$，因此在取值时只需给出权重 ω_1 和 ω_2，并保证 $\omega_1+\omega_2\leqslant1$。

下面定义直觉模糊决策信息系统中条件属性值的序关系和决策属性值的序关系。

定义 4　设 $I_*=(U,AT\cup\{d\},F,G)$ 为直觉模糊决策信息系统，针对 $\forall f\in F,\forall g\in G,\forall a\in AT$ 和 $\forall x_i,x_j\in U$，都有：

$$f(x_i,a)\geqslant f(x_j,a)\Leftrightarrow S_a(x_i)\geqslant S_a(x_j)$$

$$g(x_i,d)\geqslant g(x_j,d)$$

其中，根据加权得分函数，在条件属性 a 的值域上存在着递增偏序关系"$\geqslant$"；相反，也存在递减偏序关系"$\leqslant$"。在直觉模糊决策信息系统中，如果某个属性的值域存在递增的偏序关系或递减的偏序关系，那么称该属性是直觉模糊决策信息系统中的一个准则。由若干准则组成的集合叫作准则集。

本文只讨论由递增偏序关系获得的优势关系的情况，而由递减偏序关系获得的优势关系的情形可以类似地得到相应的结论。

定义 5　设 $I_*=(U,AT\cup\{d\},F,G)$ 为一个直觉模糊决策信息系统，若 AT 是准则集，则称 I_* 为一个直觉模糊序决策信息系统。

定义 6　设 $I_*=(U,AT\cup\{d\},F,G)$ 为一个直觉模糊序决策信息系统，若 $\omega=(\omega_1,\omega_2)$ 为偏好向量，则称 $I_*^{\geqslant}$ 为一个带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，记为 $I_*^{\geqslant}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$。其中，$\omega_1$ 为隶属度的权重，ω_2 为非隶属度的权重。

在带偏好度量直觉模糊序决策信息系统中，设 $a\in AT$，对于 $\forall x,y\in U$，存在优势关系"$\geqslant$"，"$x\geqslant y$"表示 x 关于准则 a 优于 y。

在带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统中，设 $A\subseteq AT,A\neq\emptyset$，属性集 A 的优势关系：

$$R_A^{\geqslant}=\{(x,y)\in U\times U|x\geqslant y,\forall a\in A\}$$
$$=\{(x,y)\in U\times U|S_a(x)\geqslant S_a(y),\forall a\in A\}$$

称为带偏好度量直觉模糊优势关系。

由带偏好度量直觉模糊优势关系 $R_A^{\geqslant}$ 诱导的 $[x]_A^{\geqslant}$：

$$[x]_A^{\geqslant}=\{y\in U|(y,x)\in R_A^{\geqslant}\}$$
$$=\{y\in U|S_a(y)\geqslant S_a(x),\forall a\in A\}$$

称为带偏好度量直觉模糊优势类。其中 $S_a(x)=\omega_1\mu_a(x)-\omega_2\nu_a(x)-\omega_3\pi_a(x)$ 是对象 x 对属性 a 的加权得分，并且 $\omega_1+\omega_2+\omega_3=1$。

用 $U/R_A^{\geqslant}=\{[x]_A^{\geqslant}|x\in U\}$ 表示论域 U 上由带偏好度量直觉模糊优势关系 $R_A^{\geqslant}$ 诱导的带偏好度量的直觉模糊优势类全体。一般地，$U/R_A^{\geqslant}$ 中的优势类不一定构成 U 上的一个划分，而仅仅构成 U 上的一个覆盖。

3　带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统的部分一致约简

本节给出不协调带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统中的部分一致函数以及部分一致约简的定义。

定义 7　设 $I_*^{\geqslant}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$ 为带偏好度量直觉模糊序决策信息系统。对于 $\forall A\subseteq AT,\forall x\in U$，记

$$U/R_A^{\geqslant}=\{[x]_A^{\geqslant}|x\in U\}$$

$$U/R_d^{\geqslant}=\{D_1,D_2,\cdots,D_t\}$$

$$\delta_A(x)=\{D_j|[x]_A^{\geqslant}\subseteq D_j,x\in U,j=1,2,\cdots,t\}$$

$\delta_A(x)$ 称为论域 U 上的关于属性子集 A 的部分一致函数。

由部分一致函数的定义可得到如下定理。

定理 1　设 $I_*^{\geqslant}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$ 为带偏好度量直觉模糊序决策信息系统。对于 $\forall A\subseteq AT$，有：

(1)对于 $\forall x\in U$，如果 $B\subseteq A$，那么有 $\delta_B(x)\subseteq\delta_A(x)$；

(2)对于 $\forall x,y\in U$，如果 $[y]_A^{\geqslant}\subseteq[x]_A^{\geqslant}$，那么有 $\delta_A(x)\subseteq\delta_A(y)$。

证明：已知 $U/R_d^{\geqslant}=\{D_1,D_2,\cdots,D_t\}$。

(1)设对于 $\forall y\in\delta_B(x)$，由部分一致函数的定义得 $[y]_B^{\geqslant}\subseteq D_j$。又因为对于 $\forall x\in U$，有 $B\subseteq A$，所以 $[y]_A^{\geqslant}\subseteq[y]_B^{\geqslant}$，从而 $[y]_A^{\geqslant}\subseteq D_j$，$y\in\delta_A(x)$，故 $\delta_B(x)\subseteq\delta_A(x)$。

(2)设对于 $\forall D_j\in\delta_A(x)$，由部分一致函数的定义得 $[x]_A^{\geqslant}\subseteq D_j$。又因为对于 $\forall x,y\in U$，有 $[y]_A^{\geqslant}\subseteq[x]_A^{\geqslant}$，所以 $[y]_A^{\geqslant}\subseteq$

D_j，$\forall D_j \in \delta_A(y)$，故 $\delta_A(x) \subseteq \delta_A(y)$。

定义 8 设 $I^{\geqslant}_{*}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$为带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，$A\subseteq AT$，若对任意的 $x\in U$，有 $\delta_A(x)=\delta_{AT}(x)$，则称 A 是 $I^{\geqslant}_{*}$ 中关于带偏好度量的直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{\widetilde{AT}}$ 的部分一致协调集。若 A 的任何真子集均不是部分一致协调集，则 A 是 $I^{\geqslant}_{*}$ 中关于带偏好度量的直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{\widetilde{AT}}$ 的部分一致约简。

下面具体给出在带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统中的部分一致约简的判定定理。

定理 2 设 $I^{\geqslant}_{*}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$为带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，$A\subseteq AT$，则 A 是部分一致协调集当且仅当对于 $\forall x,y\in U$，若 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)\neq\delta_{AT}(x)$，则 $[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\neq[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。

证明：$\Rightarrow$。反证法。假设当 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)\neq\delta_{AT}(x)$ 时有$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\neq[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 不成立，那么$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}=[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，即$[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subseteq[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。由定理 1(2)可知 $\delta_A(x)\subseteq\delta_A(y)$。已知 A 是部分一致协调集，那么有 $\delta_{AT}(x)\subseteq\delta_{AT}(y)$，因此 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)=\delta_{AT}(x)$，与假设条件 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)\neq\delta_{AT}(x)$矛盾。因此必要性成立。

$\Leftarrow$。已知 $A\subseteq AT$，由定理 1(1)可知 $\delta_A(x)\subseteq\delta_{AT}(x)$，现在只需证 $\delta_{AT}(x)\subseteq\delta_A(x)$即可。

对 $\forall x,y\in U$，如果 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)\neq\delta_{AT}(x)$，那么有$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\neq[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。也即对 $\forall x,y\in U$，如果$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}=[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，那么有 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)=\delta_{AT}(x)$，即$[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subseteq[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 成立，则可以推出 $\delta_{AT}(x)\subseteq\delta_{AT}(y)$也成立。

如果任取 $D_k\in\delta_{AT}(x)$，则需要证明 $D_k\in\delta_A(x)$，即证明$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subseteq D_k$。不妨设任意 $y\in[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，则有$[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subseteq[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，又因 $\delta_{AT}(x)\subseteq\delta_{AT}(y)$，那么 $D_k\in\delta_{AT}(y)$，即$[y]^{\geqslant}_{\widetilde{AT}}\subseteq D_k$，于是 $y\in D_k$。由 y 的任意性可得$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subseteq D_k$，从而 $\sigma_{AT}(x)\subseteq\sigma_A(x)$成立。充分性得证。

4 带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统的部分一致约简方法

第 3 节给出了不协调的带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统的部分一致协调集的定义以及判定定理，这将是判断准则集是否是部分一致约简的理论基础。下面介绍部分一致约简的方法，首先给出部分一致可辨识属性集和部分一致可辨识矩阵的概念。

定义 9 设 $I^{\geqslant}_{*}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$为带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，记：

$$D^{\delta}_{\geqslant AT}=\{(x_i,x_j)\mid\delta_{AT}(x_j)\subset\delta_{AT}(x_i)\}$$

$$Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x_i,x_j)=\begin{cases}\{a\in AT\mid S_a(x_i)>S_a(x_j)\}, & (x_i,x_j)\in D^{\delta}_{\geqslant AT}\\ \emptyset, & (x_i,x_j)\notin D^{\delta}_{\geqslant AT}\end{cases}$$

称 $Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x_i,x_j)$为 $I^{\geqslant}_{*}$ 中 x_i,x_j 关于带偏好度量的直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{\widetilde{AT}}$ 的部分一致相对可辨识属性集，简称部分一致可辨识属性集。记：

$$Dis^{\delta}_{\geqslant AT}=(Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x_i,x_j))_{|U|\times|U|}$$

称 $Dis^{\delta}_{\geqslant AT}$为 $I^{\geqslant}_{*}$ 中 x_i,x_j 关于带偏好度量的直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{\widetilde{AT}}$ 的部分一致相对可辨识矩阵，简称部分一致可辨识矩阵。

特别地，对任意 $x_i,x_i\in U$ 有：

$Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x_i,x_i)=\emptyset$

定理 3 设 $I^{\geqslant}_{*}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$为带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，$A\subseteq AT$，$A$ 是部分一致协调集当且仅当对任意$(x,y)\in D^{\delta}_{\geqslant AT}$都有 $A\cap Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x,y)\neq\emptyset$。

证明：$\Rightarrow$。对任意的$(x,y)\in D^{\delta}_{\geqslant AT}$，都有 $\sigma_{AT}(y)\subset\sigma_{AT}(x)$，故 $\sigma_{AT}(x)\cap\sigma_{AT}(y)\neq\sigma_{AT}(x)$。又因为 A 是部分一致协调集，由定理 2 可以得到$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\neq[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，故$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 与$[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 之间的关系有 3 种情况：

(1)$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subset[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$；

(2)$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}=\emptyset$；

(3)$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subset[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 且$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subset[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。

下面证明在这 3 种情况下 $A\cap Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x,y)\neq\emptyset$ 均成立。

(1)当$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subset[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 时，$\delta_A(y)\subset\delta_A(x)$，至少存在一个 $z\in[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，并且满足 $z\notin[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。由 $z\notin[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 可得，至少存在一个 $a\in A$，使得 $S_a(x)>S_a(z)$。又因为 $z\in[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，所以$S_a(z)\geqslant S_a(y)$。于是可以得到 $S_a(x)>S_a(y)$。由此可知 $a\in Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x,y)$，即有 $A\cap Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x,y)\neq\emptyset$。

(2)如果$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}=\emptyset$，那么必然至少存在一个 $a\in A$ 使得 $S_a(x)>S_a(y)$，即 $A\cap Dis^{\delta}_{\leqslant AT}(x,y)\neq\emptyset$。否则，若对于所有的 $a\in A$ 都有 $S_a(x)\leqslant S_a(y)$，则 $y\in[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，这与$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}=\emptyset$ 矛盾。

(3)当$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subset[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 且$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\subset[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$ 时，证明过程与(1)相同。因为此时也至少存在一个 $z\in[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，并且满足 $z\notin[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。

综上：必要性可证。

$\Leftarrow$。如果对任意的$(x,y)\in Dis^{\delta}_{\geqslant AT}$都有 $A\cap Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x,y)\neq\emptyset$ 成立，那么必然存在一个 a，使得 $a\in A$ 并且 $a\in Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x,y)$，故有 $S_a(x)>S_a(y)$，因此 $y\notin[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。又有 $y\in[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$，因此$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\neq[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。此外，又由$(x,y)\in Dis^{\delta}_{\geqslant AT}$ 可知 $\delta_{AT}(y)\subset\delta_{AT}(x)$，显然可以得到 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)\neq\delta_{AT}(x)$。从而当 $\delta_{AT}(x)\cap\delta_{AT}(y)\neq\delta_{AT}(x)$时，有$[x]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\cap[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}\neq[y]^{\geqslant}_{\widetilde{A}}$。由定理 2 可知 A 是部分一致协调集。充分性得证。

定义 10 设 $I^{\geqslant}_{*}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$为带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，部分一致可辨识矩阵为 $Dis^{\delta}_{\geqslant AT}$。称：

$$M^{\delta}_{\geqslant AT}=\wedge\{\vee\{a\mid a\in Dis^{\delta}_{\geqslant AT}(x_i,x_j)\}\mid\forall x_i,x_j\in U\}$$

为该带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统的部分一致可辨识公式。

定理 4 设 $I^{\geqslant}_{*}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$为带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，部分一致可辨识公式 $M^{\delta}_{\geqslant AT}$ 的极小析取范式为 $M^{\delta}_{\geqslant\min}=\bigvee_{k=1}^{m}(\bigwedge_{s=1}^{q_k}a_s)$。若记 $B^{k}_{\delta}=\{a_s,s=1,2,\cdots,q_k\}$，则$\{B^{k}_{\delta},k=1,2,\cdots,m\}$是所有部分一致约简形式的集合。

5 实例分析

某公司在考察风险投资项目的过程中，将考察影响所投

资项目的 4 个因素的实际情况，即管理方法、技术水平、资金供给和市场潜力。该公司邀请了 10 名公司领导对其进行评判，评判结果为低、中、高，具体如表 1 所列。

表 1　一个关于风险投资项目的带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统

Table 1　An intuitionistic fuzzy ordered decision information system with preference measure on the venture of the investment projects

U	a_1	a_2	a_3	a_4	d
x_1	$\langle x_1,0.1,0.6\rangle$	$\langle x_1,0.2,0.8\rangle$	$\langle x_1,0.3,0.7\rangle$	$\langle x_1,0.2,0.7\rangle$	3
x_2	$\langle x_2,0.3,0.5\rangle$	$\langle x_2,0.4,0.6\rangle$	$\langle x_2,0.6,0.3\rangle$	$\langle x_2,0.5,0.5\rangle$	2
x_3	$\langle x_3,0.2,0.8\rangle$	$\langle x_3,0.2,0.7\rangle$	$\langle x_3,0.0,0.9\rangle$	$\langle x_3,0.1,0.8\rangle$	1
x_4	$\langle x_4,0.3,0.6\rangle$	$\langle x_4,0.4,0.5\rangle$	$\langle x_4,0.2,0.8\rangle$	$\langle x_4,0.4,0.5\rangle$	2
x_5	$\langle x_5,0.4,0.4\rangle$	$\langle x_5,0.4,0.6\rangle$	$\langle x_5,0.7,0.3\rangle$	$\langle x_5,0.6,0.2\rangle$	3
x_6	$\langle x_6,0.3,0.5\rangle$	$\langle x_6,0.5,0.4\rangle$	$\langle x_6,0.6,0.2\rangle$	$\langle x_6,0.4,0.3\rangle$	1
x_7	$\langle x_7,0.4,0.4\rangle$	$\langle x_7,0.3,0.5\rangle$	$\langle x_7,0.5,0.4\rangle$	$\langle x_7,0.3,0.6\rangle$	3
x_8	$\langle x_8,0.5,0.3\rangle$	$\langle x_8,0.6,0.4\rangle$	$\langle x_8,0.7,0.2\rangle$	$\langle x_8,0.6,0.2\rangle$	2

表 1 列出了一个带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统，其中直觉模糊数可通过公司领导对项目因素的满意情况来获取。例如，可通过以下方法来确定项目 x_2 对于资金供给 a_3 的隶属度与非隶属度：10 位领导对项目 x_2 进行投票，关于资金供给 a_3 有 6 个人满意，3 个人不满意，1 个人弃权，即有 1 位领导在满意与不满意之间持犹豫意见。这时我们认为项目 x_2 对资金供给 a_3 的隶属度为 0.6，非隶属度为 0.3，而犹豫度为 0.1，记 $f(x_2,a_3)=\langle x_2,0.6,0.3\rangle$。类似地，可以得到其他的直觉模糊数。这里，隶属度权重 ω_1 和非隶属度权重 ω_2 分别表示满意程度与不满意程度的权重，根据不同的需求来设置 ω_1 和 ω_2。一般而言，人们往往更看中满意程度，对于不满意程度和犹豫度不太看重。本文设置 $\omega_1=0.5$，$\omega_2=0.3$，则犹豫度 $\omega_3=0.2$。

令表 1 给出的某公司关于风险投资项目的一个带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统为 $I_*^{\geqslant}=(U,AT\cup\{d\},F,G,\omega)$。设偏好向量 $\omega=(0.5,0.3)$，其中论域 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\}$，$x_i$ 表示第 i 个项目（$i=1,\cdots,8$）。$AT=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$分别表示管理方法、技术水平、资金供给和市场潜力。$g(x,d)\in\{1,2,3\}$，1,2 和 3 分别表示项目风险低、中、高。

根据带偏好度量的直觉模糊优势类的定义，可得到：

$[x_1]_{AT}^{\geqslant}=\{x_1,x_2,x_5,x_6,x_7,x_8\}$

$[x_2]_{AT}^{\geqslant}=\{x_2,x_5,x_8\}$

$[x_3]_{AT}^{\geqslant}=\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\}$

$[x_4]_{AT}^{\geqslant}=\{x_4,x_6,x_8\}$

$[x_5]_{AT}^{\geqslant}=\{x_5,x_8\}$

$[x_6]_{AT}^{\geqslant}=\{x_6,x_8\}$

$[x_7]_{AT}^{\geqslant}=\{x_5,x_6,x_7,x_8\}$

$[x_8]_{AT}^{\geqslant}=\{x_8\}$

$[x_1]_d^{\geqslant}=[x_5]_d^{\geqslant}=[x_7]_d^{\geqslant}=\{x_1,x_5,x_7\}$

$[x_2]_d^{\geqslant}=[x_4]_d^{\geqslant}=[x_8]_d^{\geqslant}=\{x_1,x_2,x_4,x_5,x_7,x_8\}$

$[x_3]_d^{\geqslant}=[x_6]_d^{\geqslant}=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\}$

显然，由分类结果得 $R_{AT}^{\geqslant}\not\subset R_d^{\geqslant}$。由此可知，该带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统是不协调的。

下面计算表 1 的部分一致约简。

方法 1　利用定义 8 求解。

容易看出 $U/R_d^{\geqslant}=\{D_1,D_2,D_3\}$，其中：

$D_1=[x_1]_d^{\geqslant}=[x_5]_d^{\geqslant}=[x_7]_d^{\geqslant}$

$D_2=[x_2]_d^{\geqslant}=[x_4]_d^{\geqslant}=[x_8]_d^{\geqslant}$

$D_3=[x_3]_d^{\geqslant}=[x_6]_d^{\geqslant}$

根据部分一致函数的定义有：

$\delta_{AT}(x_1)=\delta_{AT}(x_3)=\delta_{AT}(x_4)=\delta_{AT}(x_6)=\delta_{AT}(x_7)=\{D_3\}$

$\delta_{AT}(x_2)=\delta_{AT}(x_5)=\delta_{AT}(x_8)=\{D_2,D_3\}$

如果 $A=\{a_2,a_3,a_4\}$，可以计算得到：对于 $\forall x\in U$，有 $[x]_{AT}^{\geqslant}=[x]_A^{\geqslant}$，那么 $\delta_A(x)=\delta_{AT}(x)$。因此 $A=\{a_2,a_3,a_4\}$是部分一致协调集。

如果 $A'=\{a_1,a_2,a_3\}$，那么有：

$[x_1]_{A'}^{\geqslant}=\{x_1,x_2,x_5,x_6,x_7,x_8\}$

$[x_2]_{A'}^{\geqslant}=\{x_2,x_5,x_6,x_8\}$

$[x_3]_{A'}^{\geqslant}=\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\}$

$[x_4]_{A'}^{\geqslant}=\{x_4,x_6,x_8\}$

$[x_5]_{A'}^{\geqslant}=\{x_5,x_8\}$

$[x_6]_{A'}^{\geqslant}=\{x_6,x_8\}$

$[x_7]_{A'}^{\geqslant}=\{x_5,x_6,x_7,x_8\}$

$[x_8]_{A'}^{\geqslant}=\{x_8\}$

因此有：

$$\delta_{A'}(x_1)=\delta_{A'}(x_2)=\delta_{A'}(x_3)=\delta_{A'}(x_4)=\delta_{A'}(x_6)=\delta_{A'}(x_7)=\{D_3\}$$

$\delta_{A'}(x_5)=\delta_{A'}(x_8)=\{D_2,D_3\}$

因为 $\delta_{A'}(x_2)\neq\delta_{AT}(x_2)$，所以 $A'=\{a_1,a_2,a_3\}$不是部分一致协调集。

同理，可以进一步计算出$\{a_1,a_3,a_4\}$，$\{a_4\}$，$\{a_2,a_4\}$，$\{a_1,a_2,a_4\}$，$\{a_3,a_4\}$，$\{a_1,a_4\}$均是部分一致协调集，但是$\{a_1,a_2\}$，$\{a_1,a_3\}$，$\{a_1\}$，$\{a_2,a_3\}$，$\{a_2\}$，$\{a_3\}$不是部分一致协调集。因此根据定义 8 可以求得该带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统的部分一致约简为$\{a_4\}$。

方法 2　利用定理 4 求解。

根据表 1 列出的带偏好度量直觉模糊序决策信息系统，可以计算该信息系统的部分一致可辨识矩阵，如表 2 所列。

表 2　部分一致可辨识矩阵

Table 2　The partially consistent discernibility matrix

$Dis_{\geqslant AT}^{\delta}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
x_2	AT	∅	AT	a_1,a_3,a_4	∅	a_4	a_2,a_3,a_4	∅
x_3	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
x_4	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
x_5	AT	∅	AT	a_1,a_3,a_4	∅	a_3,a_4	a_2,a_3,a_4	∅
x_6	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
x_7	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
x_8	AT	∅	AT	AT	AT	AT	AT	∅

由此可得：

$$M_{\geqslant AT}^{\sigma}=AT\wedge(a_1\vee a_3\vee a_4)\wedge(a_2\vee a_3\vee a_4)\wedge(a_3\vee a_4)\wedge(a_4)=a_4$$

因此，$\{a_4\}$是该带偏好度量直觉模糊序决策信息系统的

（下转第 187 页）

tocols [J]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review,1988,18(4):106-114.

[6] GOODE B. Voice over internet protocol (voip)[J]. Proceedings of the IEEE,2002,90(9):1495-1517.

[7] DREW P,GALLON C. Next-generation VoIP network architecture[R]. Multiservice Switching Forum,2003.

[8] KRIST P. Scalable and Efficient Multipath Routing:Complexity and Algorithms[C]//2015 IEEE 23rd International Conference on Network Protocols (ICNP). IEEE,2015:376-385.

[9] ZHENG J,XU H,ZHU X,et al. We've Got You Covered:Failure Recovery with Backup Tunnels in Traffic Engineering[C]// IEEE 24rd International Conference on Network Protocols (ICNP). IEEE,2016:1-10.

[10] YANG B,LIU J,SHENKER S,et al. Keep forwarding:Towards k-link failure resilient routing[C]// IEEE Conference on Computer Communications. IEEE INFOCOM,2014:1617-1625.

[11] PAL S,GADDE R,LATCHMAN H A. On the reliability of voice over ip (voip) telephony[C]// The SPRING 9th International Conference on Computing,Communications and Control Technologies. Orlando,Florida,USA,2011.

[12] YALLOUZ J,ROTTENSTREICH O,BABARCZI P,et al. Optimal Link-Disjoint Node-"Somewhat Disjoint" Paths[C]// 2016 IEEE 24rd International Conference on Network Protocols (ICNP). IEEE,2016:1-10.

[13] MOY J. rfc 2328:Ospf version 2[OL]. http://tools. ietf. org/html/rfc2328.

[14] ATLAS A K,ZININ A. Basic Specification for IP Fast Reroute:Loop-Free Alternates[OL]. http://www. heise. de/netze/rfc/rfcs/rfcs5286. shtml.

[15] SHAND M. Ip fast reroute using not-via addresses[J]. Cisco Systems Conference Dapricot,2003,137(654):29-42.

[16] SRIDHARAN A,GUERIN R,DIOT C. Achieving near-optimal traffic engineering solutions for current ospf/is-is networks[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking (TON),2005,13(2):234-247.

[17] FRANCOIS P,BONAVENTURE O. An evaluation of ip-based fast reroute techniques [C] // ACM Conference on Emerging Network Experiment and Technology. ACM,2005:244-245.

[18] KWONG K W,GAO L,GUÈRIN R,et al. On the feasibility and efficacy of protection routing in IP networks[C]// Proc. IEEE INFOCOM. 2010:1235-1243.

[19] VO H Q,LYSNE O,KVALBEIN A. Routing with joker links for maximized robustness[C]// IFIP Networking Conference. 2013:1-9.

[20] CHO S,ELHOURNAI T,RAMASUBRAMANIAN S. Independent directed acyclic graphs for resilient multipath routing [J]. IEEE/ACM Trans. on Networking,2012,20(1):153-162.

[21] Advanced networking for research and education[OL]. https://www. internet2. edu/products-services/advanced-networking.

[22] SPRING N,MAHAJAN R,WETHERALL D,et al. Measuring isp topologies with rocketfuel [J]. IEEE/ACM Transactions on Networking,2004,12(1):2-16.

(上接第 151 页)

部分一致约简。易见,由方法 2 所求得的部分一致约简与方法一所求得的结果一致。

综上可知,在该决策问题中,市场潜力是使对象的决策不变的属性。该案例使用了两种不同的求解方法,所用的时间也不同。从计算的过程来看,方法一的过程较复杂,总共需要计算 $15(2^4-1)$ 次带偏好度量的直觉模糊优势类,相对而言,方法 2 所用的时间较少。因此在求部分一致约简时,利用方法 2 求解具有明显的时间优势。

结束语　本文在直觉模糊序决策信息系统下,通过考虑隶属度、非隶属度和犹豫度在评价机制中的重要性,并对其赋以一定的权重,建立了一个不协调的带偏好度量的直觉模糊序决策信息系统,并通过加权得分函数引入新的直觉模糊序关系,通过分析部分一致约简的性质得到了对应的判定定理,建立了获取这种约简的具体方法;同时通过实例证明了这种方法的可行性和有效性,并且提高了效率。

参 考 文 献

[1] ZADEH L A. Fuzzy Sets [J]. Information and Control,1965,8(3):338-353.

[2] VLACHIOS I K,SERGIADIS G D. Intuitionistic fuzzy information-Applications to pattern recognition [J]. Pattern Recognition Letters,2007,28(2):197-206.

[3] ZHOU L,WU W Z. On characterization of intuitionistic fuzzy rough sets based on intuitionistic fuzzy implicators [J]. Information Sciences,2009,179(7):883-898.

[4] LI X P,WANG G J. The Extension Operations of the Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Systems and Mathematics,2002,16(1):40-46. (in Chinese)
李晓萍,王贵君. 直觉模糊集的扩张运算[J]. 模糊系统与数学,2002,16(1):40-46.

[5] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京:科学出版社,2008.

[6] PAWLAK Z. Rough Sets:Theoretical aspects of reasoning about data [M]. Kluwer Academic Publishers,1992.

[7] JERZY W,GRZYMALA-BUSSE,PAWLAK Z,et al. Rough sets [J]. Communications of the ACM,1995,38(11):88-95.

[8] 徐伟华. 序信息系统与粗糙集[M]. 北京:科学出版社,2013.

[9] ZHANG W X,MI J S,WU W Z. Knowledge Reductions of Inconsistent Information systems[J]. Chinese Journal of Computers,2003,26(1):12-18. (in Chinese)
张文修,米据生,吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机学报,2003,26(1):12-18.

[10] WANG J,MIAO D Q. Rough Set Theory And Its Application:A Survey [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence,1996(4):337-344. (in Chinese)
王珏,苗夺谦. 关于 Rough Set 理论与应用的综述[J]. 模式识别与人工智能,1996(4):337-344.

[11] HU M,GUO Y T,XU W H. The "Logical Or" Rough Set Theory of Variable Precision and Grade Based on Dominance Relation in Intuitionistic Fuzzy Information System[J]. Operations Research and Fuzziology,2016,6(2):66-77. (in Chinese)
胡猛,郭艳婷,徐伟华. 优势关系下直觉模糊信息系统的变精度与程度"逻辑或"粗糙集[J]. 运筹与模糊学,2016,6(2):66-77.