郑 州 大 学 学 报(理 学 版)
J. Zhengzhou Univ. (Nat. Sci. Ed.)

度量加权直觉模糊序信息系统的粗糙隶属度

杨 倩， 徐伟华， 林冰雁

(重庆理工大学 理学院　重庆 400054)

摘要： 在已有的直觉模糊序信息系统概念的基础上，根据加权得分函数引入度量加权向量，并利用度量加权的概念把直觉模糊等价关系推广为度量加权直觉模糊优势关系，从而建立了度量加权直觉模糊序信息系统. 进一步定义了粗糙隶属度，研究了其相关重要性质，并通过实例验证了该模型的可行性和有效性.

关键词： 粗糙集; 粗糙隶属度; 度量加权; 直觉模糊

中图分类号： TP18　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 1671-6841(2018) 02-0056-07

DOI： 10. 13705/j. issn. 1671-6841. 2017217

0 引言

作为知识处理的重要工具，粗糙集理论[1]较其他方法更适合用来处理信息系统中的不确定性问题，并且不会用到任何所需处理数据之外的先验知识. 在处理模糊性等方面的信息时，直觉模糊集[2-4]相较于模糊集[5]更加全面、有效. 不少学者越来越关注粗糙集和直觉模糊集的融合与互补，已被应用于决策分析[6]、知识获取[7]、医疗诊断、逻辑规划、模式识别[8]、机器学习[9]和市场预测[10]等诸多领域.

目前，对直觉模糊序信息系统的研究已颇为成熟. 文献[11]介绍了直觉模糊环境下的序信息系统，通过准则集定义了直觉模糊信息系统中的优势关系，即根据属性的准则对它进行排序，并探究了其相关性质. 决策者在做决策时往往仅考虑专家依据经验给出的隶属度、非隶属度和犹豫度，看似解决了经典信息系统中所需数据过于精确的问题，实则降低了数据的客观性，并使结果的准确性受到了质疑. 现实生活中常需要做出正面或负面的决策，做出决策时还需要考虑各种因素，而各因素的偏好程度又有所不同. 本文提出了度量加权直觉模糊序信息系统，更适用于探究各类涉及主观判断的实际问题. 其优势在于做正面决策时可以着重考虑各因素隶属度的取值，做负面决策时可以更侧重于非隶属度的取值. 因此，可以根据不同偏好程度取定度量加权向量对优势类进行优化，进而使结果与实际生活更加贴切. 同时，定义了这一背景下的粗糙隶属度[12]及其相关性质，并通过实例验证了该模型的可行性和有效性.

1 预备知识

传统模糊集理论中的隶属度刻画了“非此即彼”的现象，而直觉模糊集在一定程度上克服了这一难点，增加了非隶属度和犹豫度函数，使其可以形象地表示“亦此亦彼”的情形，在一定程度上提高了描述的准确性. 为了方便理解，下面先给出一些相关基本概念.

定义 1[11]　设三元组 $I = (U, C, F)$ 为信息系统，$U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 是非空有限对象集，$C = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$ 是有限条件属性集，$F = \{f: U \to V_a, a \in C\}$ 是 U 与 C 的关系集，其中 V_a 为条件属性 a 的有限值域. 若对 $\forall a \in C, f \in F, x \in U$，都有

$$f(x, a) = \langle x, \mu_a(x), \nu_a(x) \rangle,$$

收稿日期：2017-07-16
基金项目：国家自然科学基金项目(61772002，61402064) ; 重庆市自然科学基金项目(cstc2015jcyjA40053) ; 重庆市研究生创新基金项目(CYS17281) ; 重庆理工大学研究生创新基金项目(YCX2016227) .
作者简介：杨倩(1993—) ，女，重庆人，硕士研究生，主要从事人工智能与粒计算研究，E-mail：782183375@ qq. com; 通信作者：徐伟华(1979—) ，男，山西浑源人，教授，主要从事粗糙集理论与应用和不确定性推理研究，E-mail：xuweihua@ cqut. edu. cn.

其中:函数 $\mu_a: U \to [0,1]$ 和函数 $\nu_a: U \to [0,1]$ 分别表示 U 中元素 x 在条件属性 a 下的隶属度和非隶属度,并且满足 $0 \leqslant \mu_a(x) + \nu_a(x) \leqslant 1$,则称 $I = (U, C, F)$ 为直觉模糊信息系统. 通常用 $IF(U)$ 表示论域 U 上直觉模糊集的全体.

定义 2[13]　设 $I = (U, C, F)$ 为一个直觉模糊信息系统,$\forall x \in U$,$\forall a \in C$,定义一个度量加权向量 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$,其中 ω_1、ω_2、ω_3 分别为隶属度和非隶属度以及犹豫度的权重,且度量加权系数满足 $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1 (0 \leqslant \omega_i \leqslant 1, i = 1,2,3)$. 定义对象 x 对属性 a 的度量加权得分函数为

$$\Delta_a(x) = \omega_1 \mu_a(x) - \omega_2 \nu_a(x) - \omega_3 \pi_a(x),$$

其中:$\pi_a(x) = 1 - \mu_a(x) - \nu_a(x)$,表示对象 x 在属性 a 下的犹豫度.

注:当评价者越看重隶属度时,ω_1 的取值越大;当评价者越看重非隶属度时,ω_2 的取值越大;当评价者越看重犹豫度时,ω_3 的取值就越大. 所以在进行得分评价时,可以根据实际需求给出相应的权重. 由于 $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$,那么在取值时只需给出权重 ω_1 和 ω_2,并保证 $\omega_1 + \omega_2 \leqslant 1$ 即可.

定义 3[13]　设 $I = (U, C, F)$ 为一个直觉模糊信息系统,对 $\forall f \in F$,$\forall a \in C$,$\forall x_i, x_j \in U$,都有

$$f(x_i, a) \geqslant f(x_j, a) \Leftrightarrow \Delta_a(x_i) \geqslant \Delta_a(x_j).$$

根据加权得分函数,在属性 a 的值域上存在着递增偏序关系"$\geqslant$"或递减偏序关系"$\leqslant$". 在直觉模糊决策信息系统中,如果某个属性的值域为递增的偏序或递减的偏序,那么称该属性是直觉模糊决策信息系统中的一个准则,并且由若干准则组成的集合叫做准则集.

定义 4[11]　设 $I = (U, C, F)$ 为一个直觉模糊信息系统,若直觉模糊信息系统 I 中所有的属性都为准则,对 $\forall a \in C, f \in F, x_i, x_j \in U$,满足:

$$f(x_i, a) \leqslant f(x_j, a) \Leftrightarrow [\mu_a(x_i) \leqslant \mu_a(x_j), \nu_a(x_i) \geqslant \nu_a(x_j)];$$
$$f(x_i, a) \geqslant f(x_j, a) \Leftrightarrow [\mu_a(x_i) \geqslant \mu_a(x_j), \nu_a(x_i) \leqslant \nu_a(x_j)],$$

则称 $I^{\geqslant} = (U, C, F)$ 为直觉模糊序信息系统. 下面通过具体的例子加以说明.

例 1　某学校为了对教师进行学年制综合评优,将影响 10 位教师评选结果的 4 个因素分别记为 a_1, a_2, a_3, a_4,表 1 为相应的直觉模糊序信息系统. 其中论域 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_{10}\}$,条件属性 $C = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$,显然,对 $\forall a \in C, f \in F, x \in U$,都有 $f(x, a) = \langle x, \mu_a(x), \nu_a(x) \rangle$,并且满足:

$$f(x_1, a_1) \geqslant f(x_2, a_1) \Leftrightarrow [\mu_{a_1}(x_1) \geqslant \mu_{a_1}(x_2), \nu_{a_1}(x_1) \leqslant \nu_{a_1}(x_2)];$$
$$f(x_1, a_2) \leqslant f(x_2, a_2) \Leftrightarrow [\mu_{a_2}(x_1) \leqslant \mu_{a_2}(x_2), \nu_{a_2}(x_1) \geqslant \nu_{a_2}(x_2)],$$

其余各 $f(x_i, a)$ 之间的关系依此类推.

2　度量加权直觉模糊序信息系统

为了使研究直觉模糊集序关系的过程变得更简单,引入度量加权的概念来描述基于直觉模糊集的度量加权直觉模糊序信息系统.

定义 5　设 $I^{\geqslant} = (U, C, F)$ 为直觉模糊序信息系统,$\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ 为度量加权向量,则称 $I_\omega^{\geqslant}$ 为度量加权直觉模糊序信息系统,记 $I_\omega^{\geqslant} = (U, C, F, \boldsymbol{\omega})$.

定义 6　在度量加权直觉模糊序信息系统 $I_\omega^{\geqslant} = (U, C, F, \boldsymbol{\omega})$ 中,对 $\forall x \in U$,$\forall A \subseteq C$,$A \neq \varphi$,定义属性子集 A 的优势关系 $R_{A_\omega}^{\geqslant}$,称为度量加权直觉模糊优势关系,记为

$$R_{A_\omega}^{\geqslant} = \{(x, y) \in U \times U \mid \Delta_a(x) \geqslant \Delta_a(y), \forall a \in A\}.$$

定义 7　由度量加权直觉模糊优势关系 $R_{A_\omega}^{\geqslant}$ 诱导的 $[x]_{A_\omega}^{\geqslant}$,称为度量加权直觉模糊优势类,记为

$$[x]_{A_\omega}^{\geqslant} = \{y \in U \mid (y, x) \in R_{A_\omega}^{\geqslant}\} = \{y \in U \mid \Delta_a(y) \geqslant \Delta_a(x), \forall a \in A\},$$

其中 $\Delta_a(x) = \omega_1 \mu_a(x) - \omega_2 \nu_a(x) - \omega_3 \pi_a(x)$,是对象 x 对属性 a 的度量加权得分函数,并且 $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$.

$U/R_{A_\omega}^{\geqslant} = \{[x]_{A_\omega}^{\geqslant} \mid x \in U\}$ 表示论域 U 上由度量加权直觉模糊优势关系 $R_{A_\omega}^{\geqslant}$ 诱导的度量加权直觉模糊优势类全体. 通常,$U/R_{A_\omega}^{\geqslant}$ 中的优势类不一定构成 U 上的一个划分,而仅仅构成 U 上的一个覆盖.

例 2　在例 1 的基础上给定一个度量加权向量 $\boldsymbol{\omega} = (0.7, 0.2, 0.1)$,先根据度量加权得分函数的定义,把表 1 转化为如表 2 所示的一个度量加权得分序信息系统,再根据度量加权直觉模糊优势类的定义得到

$[x_1]^{\geqslant}_{A_\omega}=\{x_1,x_5,x_7,x_8,x_9,x_{10}\}$, $[x_2]^{\geqslant}_{A_\omega}=\{x_2,x_7,x_8,x_9\}$, $[x_3]^{\geqslant}_{A_\omega}=\{x_3,x_4,x_5,x_7,x_8,x_{10}\}$. 其余各项度量加权直觉模糊优势类可依次计算得出.

表1 直觉模糊序信息系统

Tab. 1 Intuitionistic fuzzy ordered information systems

U	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	⟨0.1,0.7⟩	⟨0.0,0.7⟩	⟨0.1,0.9⟩	⟨0.2,0.7⟩
x_2	⟨0.0,0.6⟩	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.1,0.8⟩
x_3	⟨0.1,0.9⟩	⟨0.0,0.8⟩	⟨0.0,0.8⟩	⟨0.3,0.5⟩
x_4	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.0,0.6⟩	⟨0.4,0.6⟩
x_5	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.0,0.5⟩	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.7,0.2⟩
x_6	⟨0.4,0.4⟩	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.0,0.3⟩	⟨0.2,0.8⟩
x_7	⟨0.7,0.2⟩	⟨0.5,0.4⟩	⟨0.8,0.1⟩	⟨0.9,0.1⟩
x_8	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.6,0.3⟩	⟨0.6,0.4⟩	⟨0.8,0.1⟩
x_9	⟨0.5,0.5⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.3,0.7⟩
x_{10}	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.1,0.8⟩	⟨0.4,0.5⟩

表2 度量加权得分序信息系统

Tab. 2 Metric weighted score ordered information systems

U	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	-0.09	-0.17	-0.11	0
x_2	-0.16	0.08	0.08	-0.10
x_3	-0.11	-0.18	-0.18	0.09
x_4	-0.02	-0.02	-0.16	0.16
x_5	0.09	-0.15	0.09	0.44
x_6	0.18	0.16	-0.13	-0.02
x_7	0.44	0.26	0.53	0.61
x_8	0.52	0.35	0.34	0.53
x_9	0.25	0.17	0.16	0.07
x_{10}	0.08	-0.02	-0.10	0.17

3 度量加权直觉模糊序信息系统中粗糙集的粗糙隶属度

定义8 已知度量加权直觉模糊序信息系统 $I^{\geqslant}_{\omega}=(U,C,F,\omega)$, $\forall X\subseteq U$, $\forall A\subseteq C$, 定义集合

$$\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)=\{x\in U\mid [x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X\},\ \bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)=\{x\in U\mid [x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\cap X\neq\varnothing\}$$

分别为 X 关于度量加权直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}$ 的下、上近似.

特别地,若满足 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)=\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$,则称 X 为可定义的. 否则,X 为关于 $R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}$ 的粗糙集.

X 的 $R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}$ 正域、负域、边界域分别记为: ① $POS_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}(X)=\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$; ② $NEG_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}(X)=U-\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$; ③ $BN_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}(X)=\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)-\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$.

性质1 X 的上、下近似具有以下性质:

(1)(夹逼性) $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\subseteq X\subseteq\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$;

(2)(两极性) $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\varnothing)=\varnothing$, $\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\varnothing)=\varnothing$, $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(U)=U$, $\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(U)=U$;

(3)(单调性) $X\subseteq Y\Rightarrow\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\subseteq\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$, $X\subseteq Y\Rightarrow\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\subseteq\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$;

(4)(下保交上保并) $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cap Y)=\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cap\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$, $\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cup Y)=\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cup\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$;

(5)(下弱可加上弱可乘) $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cup Y)\supseteq\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cup\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$, $\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cap Y)\subseteq\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cap\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$;

(6)(对偶性) $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\sim X)=\sim\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$, $\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\sim X)=\sim\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$;

(7)(幂等性) $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X))=\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$, $\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X))=\bar{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$.

证明 这里仅对下近似进行证明.

(1) 若 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$,则 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X$. 由 $x\in[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}$ 知 $x\in X$,且 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\subseteq X$.

(2) 由(1)可知 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\varnothing)\subseteq\varnothing$,因此 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(\varnothing)=\varnothing$.

(3) 假设 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$,易得到 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X\subseteq Y$,从而 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$,因此 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\subseteq\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$.

(4) 由定义8中下近似的定义可得: 由 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cap Y)$ 可知 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X\cap Y$,于是有 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X$. 又 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq Y\Leftrightarrow x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$ 且 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)\Leftrightarrow x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cap\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$,因此 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cap Y)=\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cap\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$.

(5) 假设 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cup\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$,则对任意的 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)$ 或 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$ 有 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X$ 或 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq Y$. 即 $[x]_{R^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}}\subseteq X\cup Y$,于是有 $x\in\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cup Y)$. 综上所述,有 $\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X\cup Y)\supseteq\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(X)\cup\underline{R}^{\geqslant}_{\tilde{A}_\omega}(Y)$.

(6) $x \in \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(\sim X) \Leftrightarrow [x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \subseteq \sim X \Leftrightarrow [x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X = \varphi \Leftrightarrow x \notin \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X) \Leftrightarrow x \in \sim \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$.

(7) 由(1)可得 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)) \subseteq \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，反之，若 $x \in \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，则有 $[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \subseteq X$. 又由(4)可得 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}([x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}) \subseteq \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，且由下近似的定义可知 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}([x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}) = [x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}$，于是 $[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \subseteq \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，从而 $x \in \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X))$，即 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)) \supseteq \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$. 综上可得 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)) = \underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$.

定义 9　已知度量加权直觉模糊序信息系统 $I^{\geqslant}_{\omega} = (U, C, F, \omega)$，$R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 是 $I^{\geqslant}_{\omega}$ 的度量加权直觉模糊优势关系，那么由 X 的下、上近似组成的序对 $(\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X), \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X))$ 为粗糙集，并且对 $\forall x \in U, \forall X \subseteq U$，记 x 在 X 上关于 $R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 的粗糙隶属度为 $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x)$，定义其函数关系为

$$u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X| / |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}|,$$

显然，对任意 $x \in U$，$0 \leqslant u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) \leqslant 1$ 均成立.

接下来讨论度量加权直觉模糊序信息系统中粗糙集的粗糙隶属函数的性质.

性质 2　已知度量加权直觉模糊序信息系统 $I^{\geqslant}_{\omega} = (U, C, F, \omega)$，$R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 是 $I^{\geqslant}_{\omega}$ 的度量加权直觉模糊优势关系，$U/R^{\geqslant}_{A_\omega} = \{[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \mid x \in U\}$ 是由度量加权直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 诱导的度量加权直觉模糊优势类.

粗糙隶属度具有以下性质.

(1) $u^{U}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1$;

(2) $u^{\varnothing}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 0$;

(3) $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1 \Leftrightarrow x \in POS_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(X)$;

(4) $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 0 \Leftrightarrow x \in NEG_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(X)$;

(5) $0 \leqslant u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) \leqslant 1 \Leftrightarrow x \in BN_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(X)$;

(6) $u^{U-X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1 - u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x)$.

证明　(1) 由定义 8 直接可以得到：$u^{U}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X| / |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}| = |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}| / |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}| = 1$.

(2) 由定义 8，$X \neq \varnothing$，再根据定义 9 可得：$u^{\varnothing}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap \varnothing| / |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}| = |\varnothing| / |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}| = 0$.

(3) 由定义 8 和定义 9 可以直接得到 $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1 \Leftrightarrow [x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \subseteq X \Leftrightarrow x \in R^{\geqslant}_{A_\omega}(X) \Leftrightarrow x \in POS_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(X)$.

(4) 先证必要性：根据定义 8 和定义 9，由 $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 0$ 有 $[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X = \varnothing$，即 $x \in U - \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，因此得 $x \in NEG_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(X)$. 类似地容易证明其充分性.

(5) 由(3)和(4)可以得以验证.

(6) $u^{U-X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = \dfrac{|[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap (U - X)|}{|[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}|} = \dfrac{|[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap U - [x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X|}{|[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}|} = \dfrac{|[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}| - |[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X|}{|[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}|} = 1 = 1 - u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x)$.

从这一命题可知，$u^{X}_{R^{\geqslant}_{A}}(x)$ 表示 X 相对于 $R^{\geqslant}_{A}$ 的粗糙隶属度.

性质 3　已知度量加权直觉模糊序信息系统 $I^{\geqslant}_{\omega} = (U, C, F, \omega)$，$R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 是 $I^{\geqslant}_{\omega}$ 的度量加权直觉模糊优势关系，并且 $U/R^{\geqslant}_{A_\omega} = \{[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \mid x \in U\}$ 是由度量加权直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 诱导的度量加权直觉模糊优势类. 如果 X 是 U 的一个可定义集，那么

(1) $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1$ 当且仅当 $x \in X$.

(2) $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 0$ 当且仅当 $x \notin X$.

证明　(1) 由于 X 是 U 的一个可定义集，则 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X) = \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$. 由 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X) \subseteq X$ 和 $X \subseteq \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，于是有 $\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X) = X = \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$. 据此可得：若 $x \in X$，则 $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1$. 若 $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 1$，则 $x \in POS_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(X)$，因此 $x \in X$.

(2) $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 0$，即 $[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X = \varnothing$，于是 $x \notin \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$. 由于 $X = \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，故 $x \notin X$；反之，若 $x \notin X$，则 $x \notin \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X)$，即 $[x]_{R^{\geqslant}_{A_\omega}} \cap X = \varnothing$，因此 $u^{X}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x) = 0$.

性质4 已知度量加权直觉模糊序信息系统 $I_{\omega}^{\geqslant}=(U,C,F,\omega)$，$R_{A_{\omega}}^{\geqslant}$ 是 $I_{\omega}^{\geqslant}$ 的度量加权直觉模糊优势关系，并且 $U/R_{A_{\omega}}^{\geqslant}=\{[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\mid x\in U\}$ 是度量加权直觉模糊优势关系 $R_{A_{\omega}}^{\geqslant}$ 诱导的度量加权直觉模糊优势类. 对 $\forall X,Y\subseteq U$，有以下结论.

(1) $X\subseteq Y\Rightarrow u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x)\leqslant u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x)$；

(2) $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cup Y}(x)\geqslant \max(u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x),u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x))$；

(3) $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cap Y}(x)\leqslant \min(u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x),u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x))$；

(4) $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cup Y}(x)=u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x)+u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x)-u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cap Y}(x)$；

(5) $X\cap Y=\varnothing\Rightarrow u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cup Y}(x)=u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x)+u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x)$.

证明 (1) 由 $X\subseteq Y$ 得 $[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X\subseteq [x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap Y$，所以 $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x)\leqslant u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x)$.

(2) 由 $[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X\subseteq [x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap(X\cup Y)$ 和 $[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap Y\subseteq [x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap(X\cup Y)$ 可得 $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cup Y}(x)\geqslant \max(u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x),u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x))$.

(3) 由 $[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X\supseteq [x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap(X\cap Y)$ 和 $[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap Y\supseteq [x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap(X\cap Y)$ 可得 $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cap Y}(x)\leqslant \min(u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x),u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x))$.

(4) 根据定义9，有

$$u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cup Y}(x)=\frac{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap(X\cup Y)|}{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}|}=\frac{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X|+|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap Y|-|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap(X\cap Y)|}{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}|}=$$

$$u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X}(x)+u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{Y}(x)-u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X\cap Y}(x).$$

(5) 由于 $X\cap Y=\varnothing$，所以可以根据(4)证明出结论.

定理1 已知度量加权直觉模糊序信息系统 $I_{\omega}^{\geqslant}=(U,C,F,\omega)$，$R_{A_{\omega}}^{\geqslant}$ 是 $I_{\omega}^{\geqslant}$ 的度量加权直觉模糊优势关系，$U/R_{A_{\omega}}^{\geqslant}=\{[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\mid x\in U\}$ 表示由度量加权直觉模糊优势关系 $R_{A_{\omega}}^{\geqslant}$ 诱导的度量加权直觉模糊优势类. 若 $X=\{X_1,X_2,\cdots,X_N\}$ 是一族集，且彼此不相交. 那么对 $\forall x\in U$，有 $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{\cup X_i}(x)=\sum\limits_{X_i\in X}u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_i}(x)$.

特别地，如果 $X=\{X_1,X_2,\cdots,X_N\}$ 是 U 的子集，然后对 $\forall x\in U$，$\sum\limits_{X_i\in X}u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{\cup X_i}(x)=1$.

证明 由性质4中(4)和(5)，可得 $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{\cup X_i}(x)=\sum\limits_{X_i\in X}u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_i}(x)$. 当 $X=\{X_1,X_2,\cdots,X_N\}$ 是 U 的一个子集，对 $\forall x\in U$，有

$$u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{\cup X_1}(x)+u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{\cup X_2}(x)+\cdots+u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{\cup X_N}(x)=$$

$$\frac{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X_1|}{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}|}+\frac{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X_2|}{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}|}+\cdots+\frac{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap X_N|}{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}|}=$$

$$\frac{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}\cap U|}{|[x]_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}|}=1.$$

例3 若令 $X_1=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，$X_2=\{x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10}\}$，则可根据粗糙隶属度的定义分别计算出 x_i 在 X_1，X_2 中关于 $R_{A_{\omega}}^{\geqslant}$ 的粗糙隶属度：

$$u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_1}(x_1)=\frac{2}{5};u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_1}(x_2)=\frac{1}{4};u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_1}(x_3)=\frac{1}{2};u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_2}(x_1)=\frac{3}{5};u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_2}(x_2)=\frac{3}{4};u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_2}(x_3)=\frac{1}{2}.$$

显然，$X=\{X_1,X_2\}$ 是 U 的一个子集，且 $u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_1}(x_i)+u_{R_{A_{\omega}}^{\geqslant}}^{X_2}(x_i)=1(x_i\in U)$ 成立，即定理1得以验证.

4 实例分析

一种服装是否被顾客喜欢，涉及诸多因素，如款式、质量、价格、舒适度和颜色等，某服装公司在考虑店内服装的评价问题时，随机邀请了100位顾客对其进行评判. 该服装公司的直觉模糊序信息系统 $I_{\omega}^{\geqslant}=(U,C,$

$F,\omega\rangle$，如表 3 所示，其中的属性值是通过顾客对各因素的满意情况来获取的. 如对象 x_1 对于质量 a_2 的隶属度及非隶属度的确定方法如下：100 位顾客对 a_2 进行投票，结果有 30 人看中这一项，50 人认为这一标准并不重要，另有 20 人弃权不表态，也就是有 20 人持犹豫态度. 可以认为 x_1 对 a_2 的隶属度为 0.3，非隶属度为 0.5，犹豫度为 0.2，记为 $f(x_1,a_2) = \langle 0.3,0.5\rangle$. 这里取论域 $U = \{x_1,x_2,\cdots,x_{12}\}$，条件属性 $C = \{a_1,a_2,a_3,a_4\}$，其中 $a_i(i = 1,2,3,4)$ 分别表示款式、质量、价格、舒适度，并设置度量加权向量 $\boldsymbol{\omega} = (0.3,0.5,0.2)$. 若令 $X_1 = \{x_1,x_3,x_5,x_{12}\}$，$X_2 = \{x_4,x_6,x_{10}\}$，$X_3 = \{x_2,x_7,x_8,x_9,x_{11}\}$，需求出 x_i 在 X_1、X_2、X_3 中关于 $R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 的粗糙隶属度.

考虑到度量加权向量 $\boldsymbol{\omega} = (0.3,0.5,0.2)$，根据度量加权得分函数的定义，把表 3 转化为如表 4 所示的度量加权得分序信息系统，再根据度量加权直觉模糊优势类的定义可得

$$[x_1]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_1\};\ [x_2]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_1,x_2,x_8,x_9,x_{10},x_{11},x_{12}\};\ [x_3]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_3,x_{10},x_{12}\};\ [x_8]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_8,x_{10},x_{12}\};$$

$$[x_{10}]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_{10}\};\ [x_4]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_8,x_9,x_{10},x_{11},x_{12}\};\ [x_5]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_1,x_3,x_5,x_9,x_{10},x_{11},x_{12}\};$$

$$[x_9]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_9\};\ [x_{12}]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_{12}\};\ [x_6]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_1,x_3,x_5,x_6,x_8,x_9,x_{10},x_{11},x_{12}\};$$

$$[x_7]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_1,x_3,x_5,x_7,x_8,x_9,x_{10},x_{11},x_{12}\};\ [x_{11}]^{\geqslant}_{A_\omega} = \{x_{10},x_{11},x_{12}\}.$$

表 3　某服装公司的直觉模糊序信息系统

Tab. 3　Intuitionistic fuzzy ordered information systems for a garment company

U	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	⟨0.5,0.4⟩	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.6,0.2⟩	⟨0.9,0.1⟩
x_2	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.5,0.5⟩
x_3	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.4,0.4⟩	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.8,0.2⟩
x_4	⟨0.2,0.7⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.0,0.9⟩	⟨0.3,0.6⟩
x_5	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.6,0.3⟩	⟨0.7,0.3⟩
x_6	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.1,0.6⟩	⟨0.3,0.7⟩	⟨0.4,0.5⟩
x_7	⟨0.1,0.8⟩	⟨0.2,0.7⟩	⟨0.3,0.7⟩	⟨0.4,0.6⟩
x_8	⟨0.5,0.4⟩	⟨0.6,0.4⟩	⟨0.7,0.2⟩	⟨0.4,0.3⟩
x_9	⟨0.8,0.1⟩	⟨0.7,0.2⟩	⟨0.6,0.3⟩	⟨0.9,0.0⟩
x_{10}	⟨0.9,0.1⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.8,0.1⟩	⟨0.8,0.0⟩
x_{11}	⟨0.6,0.3⟩	⟨0.7,0.1⟩	⟨0.5,0.0⟩	⟨0.8,0.1⟩
x_{12}	⟨0.9,0.0⟩	⟨0.9,0.1⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.8,0.1⟩

表 4　某服装公司的度量加权得分序信息系统

Tab. 4　Metric weighted score ordered information systems for a garment company

U	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	−0.07	−0.20	0.04	0.22
x_2	−0.15	−0.23	−0.34	−0.10
x_3	−0.18	−0.12	0.06	0.14
x_4	−0.31	−0.34	−0.47	−0.23
x_5	−0.18	−0.20	0.01	0.06
x_6	−0.34	−0.33	−0.26	−0.15
x_7	−0.39	−0.31	−0.26	−0.18
x_8	−0.07	−0.02	0.09	−0.09
x_9	0.17	0.09	0.01	0.25
x_{10}	0.22	0.14	0.17	0.20
x_{11}	0.01	0.12	0.05	0.17
x_{12}	0.25	0.22	0.14	0.17

由定义 9 可分别计算出 X_1、X_2、X_3 关于度量加权直觉模糊优势关系 $R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 的下、上近似为

$$\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X_1) = \{x_1,x_{12}\};\ \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X_1) = \{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_{11},x_{12}\};$$

$$\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X_2) = \{x_{10}\};\ \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X_2) = \{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_{10},x_{11}\};$$

$$\underline{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X_3) = \{x_9\};\ \bar{R}^{\geqslant}_{A_\omega}(X_3) = \{x_2,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_9,x_{11}\}.$$

根据定义 9 可得到 x_i 在 X_1、X_2、X_3 中关于 $R^{\geqslant}_{A_\omega}$ 的粗糙隶属度为

$$u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_1) = 1;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_2) = 2/7;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_3) = 2/3;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_4) = 2/5;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_5) = 4/7;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_6) = 4/9;$$

$$u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_1) = 0;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_2) = 1/7;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_3) = 1/3;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_4) = 1/5;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_5) = 1/7;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_6) = 2/9;$$

$$u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_1) = 0;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_2) = 4/7;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_3) = 0;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_4) = 2/5;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_5) = 2/7;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_6) = 3/9;$$

$$u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_7) = 4/9;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_8) = 1/3;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_9) = 0;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{10}) = 0;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{11}) = 1/3;\ u^{X_1}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{12}) = 1;$$

$$u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_7) = 1/9;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_8) = 1/3;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_9) = 0;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{10}) = 1;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{11}) = 1/3;\ u^{X_2}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{12}) = 0;$$

$$u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_7) = 4/9;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_8) = 1/3;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_9) = 1;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{10}) = 0;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{11}) = 1/3;\ u^{X_3}_{R^{\geqslant}_{A_\omega}}(x_{12}) = 0.$$

5　结束语

在引进度量加权直觉模糊序信息系统的基础上，重点探究了度量加权直觉模糊序信息系统中粗糙集的

粗糙隶属度,进而对粗糙隶属度进行了公理化研究.基于加权直觉模糊集的直觉模糊序信息系统的研究克服了直觉模糊序信息系统研究过程中的局限性.本文虽然对各属性之间加权处理的情形进行了讨论,但并没有对属性和属性之间的权重予以考虑.而由于不同对象之间的相互影响以及不同对象对不同影响因素存在各种主观判断,所以不仅应该对属性进行加权,属性和属性之间也应该进行加权处理后再深入探讨.因此,下一步工作将对此问题进行更深入的探索.

参考文献:

[1] PAWLAK Z. Rough sets: theoretical aspects of reasoning about data [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers,1991.

[2] 刘华文. 直觉 Fuzzy 集的基本定理 [J]. 工科数学,2000,16(1):55-60.

[3] 雷英杰,王宝树,胡军红. 直觉模糊等价矩阵构造方法 [J]. 系统工程理论与实践,2007,27(7):127-131.

[4] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用 [M]. 北京: 科学出版社,2008.

[5] 张小红,裴道武,代建华. 模糊数学与 Rough 集理论 [M]. 北京: 清华大学出版社,2013.

[6] 张爱平,张小红. 一种应用 Rough 集的多属性决策方法 [J]. 计算机工程与应用,2009,45(30):220-223.

[7] 张文修,梁怡,吴伟志. 信息系统与知识发现 [M]. 北京: 科学出版社,2003.

[8] 王珏,苗夺谦,周育健. 关于 Rough set 理论与应用的综述 [J]. 模式识别与人工智能,1996,9(4):337-344.

[9] 周志华. 机器学习 [M]. 北京: 清华大学出版社,2016.

[10] 朱永明. 基于粗糙集理论的股市预测研究 [J]. 郑州大学学报(理学版),2009,41(4):40-44.

[11] 徐伟华. 序信息系统与粗糙集 [M]. 北京: 科学出版社,2013.

[12] 徐伟华,刘士虎,张文修. 一般二元关系下基于粗糙隶属函数的程度粗糙集 [J]. 重庆理工大学学报(自然科学版),2010,24(10):101-108.

[13] 胡猛,郭艳婷,徐伟华. 优势关系下直觉模糊信息系统的变精度与程度"逻辑或"粗糙集 [J]. 运筹与模糊学,2016,6(2):66-77.

Rough Membership Degree of Metric Weighted Intuitionistic Fuzzy Ordered Information System

YANG Qian, XU Weihua, LIN Bingyan

(*School of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing* 400054, *China*)

Abstract: Based on the existing concept of intuitionistic fuzzy ordered information system, the metric weighted vector was introduced according to weighted score function. By using the concept of metric weighted, the intuitionistic fuzzy equivalence relation was extended to metric weighted intuitionistic fuzzy dominance relation, and a metric weighted intuitionistic fuzzy ordered information system was also established. On this basis, the rough membership degree was defined, and the related properties were explored. In addition, the feasibility and validity of these properties were verified by examples.

Key words: rough set; rough membership degree; metric weighted; intuitionistic fuzzy

(责任编辑: 孔　薇)