带属性偏好的模糊序决策信息系统的分配约简

徐伟华，李泽峰，黄旭东

(西南大学 人工智能学院，重庆 400715)

摘要：如何有效、快速地处理复杂数据，并提取出隐含其中的、潜在有用的知识成为了数据科学领域亟待破解的科学问题。为此，在经典模糊序决策信息系统中，结合不同的属性具有不完全相同的重视程度这一现象，通过条件属性增加权重向量的方法，建立了该复杂系统的分配函数，定义了分配约简，进一步给出了该信息系统分配约简的辨识矩阵求解方法，最后通过案例说了该方法的有效性。

关键词：粗糙集；权重向量；分配函数；属性约简

中图分类号：TP18　　　文献标识码：A　　　文章编号：2096－3122(2022)02－0074－06

DOI：10.13307/j.issn.2096－3122.2022.02.11

0 引言

1982 年波兰数学家 Z. Pawlak [1-2] 发表经典论文 Rough sets，标志着粗糙集理论的诞生。粗糙集已经逐渐成为人工智能中的一个重要分支[3]。近年来粗糙集理论广泛应用于各个领域，如计算机网络[4]、图像处理[5]、数据挖掘[6]和医学科学[7]等。由于经典的 Pawlak 粗糙集理论需要严格的等价关系，因此只能挖掘具有分类属性的信息系统中的知识。为了处理其他属性的信息系统，研究人员将邻域关系、模糊等价关系、优势关系和相似关系引入到了 Pawlak 粗糙集中，建立了邻域粗糙集[8]、模糊粗糙集[9]、基于优势关系的粗糙集模型[10]和基于相似关系的粗糙集模型[11]。这些广义粗糙集模型已广泛应用于属性约简[12-14]、规则提取[15]、决策理论[16-17]、增量学习[18]等。

属性约简是粗糙集理论中一个重要的研究范畴[3,19-20]。属性约简的原则是在不削弱分类器的分类能力的情况下，删去不重要的属性。通过删去不重要的属性，可以减少数据的计算量，提高运算效率。目前，很多学者提出了一些新的属性约简算法，例如 Hu 等[21-22]提出的基于邻域粗糙集模型的属性约简算法和基于模糊决策系统可分性的快速鲁棒属性约简，Chen 等[23]提出的区间值决策信息系统下的属性约简算法等。

在实际生活中，许多复杂问题都是基于模糊序关系的，甚至是不协调的。信息系统的序关系不同于等价关系的划分，其结果往往对对象形成的是覆盖而不是划分。另外，不协调系统是指基于条件属性和决策属性所做出的样本分类不一致的系统。因此，从这些复杂的信息系统中提取有效的确定性命题，属性约简是非常有必要的。在属性约简的过程中，人们往往对于部分关键属性有所偏好。为了深入刻画这一概念，本文在模糊序关系的基础上，提出了属性权重向量的概念，并利用属性权重向量对关键属性值的影响力进行加强，研究了这一复杂信息的分配约简，所获结果进一步丰富了粗糙集理论。

1 基于模糊序关系的决策信息系统

决策信息系统是由若干个条件属性和若干个决策属性组成的一种特殊的信息系统，其所研究的主要问题即为条件属性和决策属性之间的关系。下面将给出一些基本概念。

定义 1[19]　设 $I=(U,A_T,D_T,F,G)$ 是一个 5 元决策属性系统；(U,A_T,F) 为 3 元信息系统。其中：称 A_T 为有限条件属性集 $A_T=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$，$D_T$ 为目标属性集 $D_T=\{d_1,d_2,\cdots,d_m\}$，$U$ 是有限对象集 $U=$

收稿日期：2022－03－22

基金项目：国家自然科学基金项目(61976245)

第一作者：徐伟华，男，山西浑源人，教授，博士，博士生导师，研究方向为人工智能、粒计算、模糊数学、认知计算等。

$\{x_1,x_2,\cdots,x_{|U|}\}$,$F$ 是 U 与 A_T 的关系集,$F=\{f_k;U\to V_k|k\leqslant n\}$,$V_k$ 是 a_k 的有限值域;G 是 U 与 D_T 的关系集,$G=\{g_i;U\to V_i|i\leqslant m\}$;$V_i$ 是 d_i 的有限值域。

定义 2[24]　设 $I=\{U,A_T,D_T,F,G\}$ 为决策信息系统,如果对任意 $f\in F,g\in G,a\in A_T$,以及 $\forall d\in D_T,x\in U$ 都有

$$f(x,a)=\mu_a(x),$$
$$g(x,d)\in\mathbf{R}(\mathbf{R}\text{ 为实数集}),$$

其中,$\mu_a:U\to[0,1]$ 称为 $x\in U$ 在条件属性 a 下的隶属度。则称满足上述条件的 I 为模糊决策信息系统,用 $I_+=\{U,A_T\cup D_T,F,G\}$ 表示。

定义 3　设 $W_T=\{w_1,\cdots w_n\}$ 为对应的条件属性 $a(\in A_T)$ 所对应的权重,其中:对于 $\forall w_t\in W_t$,有 $w_t\geqslant 0$,并且须满足 $w_1+w_2+\cdots+w_n=1$。下面给出 $A(\subseteq A_T)$ 的得分函数 $K_A(x)$ 的定义为

$$K_A(x)=\sum_{t=1}^{J}w_t\mu_t,$$

其中:$J=|A|$表示集合 A 中的元素个数,$\mu_t=f(x,a)$,$a\in A$。

当一个条件属性越重要时,它所对应的权重值也就越大;反之,它所对应的权重值也就越小。

定义 4[19]　设 $I_+=\{U,A_T\cup D_T,F,G\}$ 是一个模糊决策信息系统,对于 $\forall g\in G$,$\forall a\in A_T$,$\forall d\in D_T$,$\forall x_i,x_j\in U$,都有

$$f(x_i,a)\geqslant f(x_j,a)\leftrightarrow K_a(x_i)\geqslant K_a(x_j),$$
$$g(x_i,d)\geqslant g(x_j,d),$$

则称该系统为模糊序决策信息系统。

在条件属性 a 的值域中可能存在递增的偏序关系,也可能存在递减的偏序关系。如果在某一个条件属性的值域中存在递增或递减的偏序关系,则称此条件属性为模糊决策信息系统的一个准则。全部的准则构成的集合称之为准则集。

下文中,只讨论由递增偏序关系构成的优势关系。

定义 5　设 $I_+=\{U,A_T,D_T,F,G\}$ 是一个模糊序决策信息系统,同时存在其条件属性对应的权重向量 $W_T=\{w_1,w_2,\cdots w_n\}$,则称 $I_+^{\leqslant}=\{U,A_T\cup D_T,F,G,W_T\}$ 是一个带有属性偏好的模糊序决策信息系统。

下面在带有属性偏好的模糊序决策信息系统中给出的优势关系为

$$R_A^{\leqslant}=\{(x,y)\in U\times U|K_A(x)\leqslant K_A(y)\},$$
$$R_d^{\leqslant}=\{(x,y)\in U\times U|g(x,d)\leqslant g(y,d)\},$$

其中:$A\subseteq A_T$,$A\neq\varnothing$,$d\in D_T$,$d\neq\varnothing$。称 $R_A^{\leqslant}$ 和 $R_d^{\leqslant}$ 为带属性偏好的模糊优势关系。由优势关系 $R_A^{\leqslant}$ 和 $R_d^{\leqslant}$ 可以引申出优势类

$$[x]_A^{\leqslant}=\{y\in U|(x,y)\in R_A^{\leqslant}\}=\{y\in U|K_A(y)\geqslant K_A(x)\},$$
$$[x]_d^{\leqslant}=\{y\in U|(x,y)\in R_D^{\leqslant}\}=\{y\in U|g(x,d)\leqslant g(y,d)\}。$$

一般用 $\dfrac{U}{R_A^{\leqslant}}=\{[x]_A^{\leqslant}|x\in U\}$ 表示由优势关系引申出的优势类的全体。

性质 1　设 $I_+^{\leqslant}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统,$R_A^{\leqslant}$ 和 $R_d^{\leqslant}$ 为带属性偏好的模糊优势关系,则以下性质成立:

(1) $R_A^{\leqslant}$ 满足自反性和传递性,未必满足对称性,因而一般不再是等价关系;

(2) 当 $A_1\subseteq A_2\subseteq A_T$ 时,有 $[x]_{A_T}^{\leqslant}\subseteq[x]_{A_2}^{\leqslant}\subseteq[x]_{A_1}^{\leqslant}$ 和 $R_{A_T}^{\leqslant}\subseteq R_{A_2}^{\leqslant}\subseteq R_{A_1}^{\leqslant}$;

(3) 当 $x_j\in[x_i]_A^{\leqslant}$ 时,有 $[x_j]_A^{\leqslant}\subseteq[x_i]_A^{\leqslant}$。

定义 6[19]　设 $I_+^{\leqslant}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统,若 $R_{A_T}^{\leqslant}\subseteq R_d^{\leqslant}$,则称该系统是协调的;反之,则称该系统是不协调的。

例 1　表 1 给出了一个带有属性偏好的模糊决策信息系统。$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_6\}$,$A_T=\{a_1,a_2,a_3\}$,$D_T=\{d\}$,$W_T=\{w_1,w_2,w_3\}$,其中:$w_1=0.5$,$w_2=0.3$,$w_3=0.2$。

表1　带有属性偏好的模糊序决策信息系统

U	A_T			D_T
	a_1	a_2	a_3	d
x_1	0.1	0.2	0.2	3
x_2	0.3	0.2	0.1	2
x_3	0.1	0.3	0.1	1
x_4	0.2	0.1	0.2	2
x_5	0.2	0.2	0.3	3
x_6	0.4	0.4	0.2	1

根据带有属性偏好的模糊优势关系的定义可以得到:

$$[x_1]^{\leqslant}_{A_T}=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\},$$
$$[x_2]^{\leqslant}_{A_T}=\{x_2,x_6\},$$
$$[x_3]^{\leqslant}_{A_T}=\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\},$$
$$[x_4]^{\leqslant}_{A_T}=\{x_2,x_4,x_5,x_6\},$$
$$[x_5]^{\leqslant}_{A_T}=\{x_2,x_5,x_6\},$$
$$[x_6]^{\leqslant}_{A_T}=\{x_6\},$$
$$[x_1]^{\leqslant}_{d}=[x_5]^{\leqslant}_{d}=\{x_1,x_5\},$$
$$[x_2]^{\leqslant}_{d}=[x_4]^{\leqslant}_{d}=\{x_1,x_5,x_2,x_4\},$$
$$[x_3]^{\leqslant}_{d}=[x_6]^{\leqslant}_{d}=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}。$$

通过以上结果 $R^{\leqslant}_{A_T}$ 和 $R^{\leqslant}_{d}$ 可知，该带有属性偏好的决策信息系统是不协调的。

2 不协调的带有属性偏好的模糊序信息系统的分配约简

下面给出带有属性偏好模糊序决策信息系统的分配函数的定义。

设 $I^{\leqslant}_{+}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带属性偏好的模糊序决策信息系统，若 $R^{\leqslant}_{A}$ 和 $R^{\leqslant}_{d}$ 分别为条件属性集 A_T 和决策属性集 D_T 生成的 U 上的优势关系，对于 $A\subseteq A_T$，$x\in U$，$D\subseteq D_T$，则规定:

$$\frac{U}{R^{\leqslant}_{A}}=\{[x_i]^{\leqslant}_{A}\mid x_i\in U\},$$
$$\frac{U}{R^{\leqslant}_{D}}=\{D_1,D_2,\cdots,D_j\},$$
$$[x]^{\leqslant}_{A}=\{x_j\mid(x_i,x_j)\in R^{\leqslant}_{A}\},\nabla_A(x)=\{D_k\mid D_k\cap[x]^{\leqslant}_{A}\neq\varnothing,X\in U\},$$

其中称 $\nabla_A(x)$ 为对象 x 在条件属性子集 A 和决策属性子集 D 下的分配函数，也简称它为分配函数。下面给出相关定理。

定理1　设 $I^{\leqslant}_{+}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统，$A\subseteq A_T$，$D\subseteq D_T$。

(1) 当 $A_\mu\subseteq A$ 时，对论域中的任意对象都有 $\nabla_A(x)\subseteq\nabla_{A_\mu}(x)$；

(2) 对于论域 U 中的任意两个对象 x,y，当 $[x]^{\leqslant}_{A}\subseteq[y]^{\leqslant}_{A}$，有 $\nabla_A(x)\subseteq\nabla_A(y)$。

定义7　设 $I^{\leqslant}_{+}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统，$A\subseteq A_T$，$D\subseteq D_T$。若对于 $\forall x\in U$，$A\subseteq A_T$，有 $\nabla_A(x)=\nabla_{A_T}(x)$，则称属性集 A 是关于序关系 $R^{\leqslant}_{A_T}$ 的相对分配协调集，简称分配协调集；若 A 的任意子集都不是相对分配协调集，则称 A 是关于序关系 $R^{\leqslant}_{A_T}$ 的相对分配约简，简称分配约简。

例2　根据表1给出的带有属性偏好的信息系统计算分配约简，记:

$$D_1=[x_1]^{\leqslant}_{d}=[x_2]^{\leqslant}_{d},$$
$$D_2=[x_2]^{\leqslant}_{d}=[x_4]^{\leqslant}_{d},$$
$$D_3=[x_3]^{\leqslant}_{d}=[x_6]^{\leqslant}_{d},$$

则有:

$$\nabla_{A_T}(x_1)=\nabla_{A_T}(x_5)=\nabla_{A_T}(x_3)=\nabla_{A_T}(x_4)=\{D_1,D_2,D_3\},\nabla_{A_T}(x_2)=\{D_2,D_3\},\nabla_{A_T}(x_6)=\{D_3\}。$$

当取 $A=\{a_1\}$ 时,对于 $\forall x\in U$,有 $\nabla_A(x)=\nabla_{A_T}(x)$。所以 $A=\{a_1,a_2\}$ 是关于 d 的一个分配协调集。在 $A=\{a_2,a_1\}$ 的基础上,取 A 的子集 $B=\{a_1\}$,在此情况下满足条件 $\nabla_A(x)=\nabla_{A_T}(x)$ $(\forall x\in U)$,所以 $\{a_1\}$ 是关于 d 的一个分配约简。另外在 $A=\{a_3\}$,$\{a_2,a_3\}$,$\{a_2\}$ 的情况下均不满足条件,所以此系统只有一个分配约简 $\{a_1\}$。

定理 2　设 $I_{+}^{\leqslant}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统,$A\subseteq A_T$,$D\subseteq D_T$。对于 $\forall x,y\in U$,若 $\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{A_T}(y)\neq\nabla_{A_T}(y)$,那么 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\neq[y]_A^{\leqslant}$,即 A 是分配协调集的充要条件为

$$[y]_A^{\leqslant}\subseteq[x]_A^{\leqslant}\ (\forall x,y\in U)\rightarrow\nabla_{A_T}(y)\subseteq\nabla_{A_T}(x)。$$

证明　必要性:反证法。

先假设当 $\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{A_T}(y)\neq\nabla_{A_T}(y)$,$[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\neq[y]_A^{\leqslant}$ 不成立。此时有 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}=[y]_A^{\leqslant}$,即 $[x]_A^{\leqslant}\supset[y]_A^{\leqslant}$,由定理 1(2) 可以知道 $\nabla_A(y)\subseteq\nabla_A(x)$。由 A 是分配协调集可以知道 $\nabla_{A_T}(y)\subseteq\nabla_{A_T}(x)$。这与 $\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{A_T}(y)\neq\nabla_{A_T}(y)$ 矛盾。即必要性成立。

充分性:由定理 1(1) 可知 $\nabla_{A_T}(x)\subseteq\nabla_A(x)$,只证明 $\nabla_A(x)\subseteq\nabla_{A_T}(x)$ 即可。对于任意的 $x,y\in U$,若 $\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{A_T}(y)\neq\nabla_{A_T}(y)$,那么 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\neq[y]_A^{\leqslant}$。所以对于任意的 $x,y\in U$,如果 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}=[y]_A^{\leqslant}$,则 $\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{A_T}(y)=\nabla_{A_T}(y)$,即 $[y]_A^{\leqslant}\subseteq[x]_A^{\leqslant}$ 成立,那么可以推出 $\nabla_{A_T}(y)\subseteq\nabla_{A_T}(x)$。对于 $\forall D_k\in\nabla_A(x)$,有 $D_k\cap[x]_A^{\leqslant}\neq\varnothing$。假设 $y\in D_k\cap[x]_A^{\leqslant}$,则 $y\in[x]_A^{\leqslant}$。所以 $[y]_A^{\leqslant}\subseteq[x]_A^{\leqslant}$,进而得到 $D_k\cap[y]_A^{\leqslant}\neq\varnothing$。因此 $D_k\in\nabla_{A_T}(y)$,也有 $D_k\in\nabla_{A_T}(x)$。于是有:$\nabla_A(x)\subseteq\nabla_{A_T}(x)$。

3 不协调的带有属性偏好的模糊序信息系统的分配可辨识矩阵

设 $I_{+}^{\leqslant}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统,记:

$$D_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)=\{(x,y)\mid\nabla_{A_T}(x)\subseteq\nabla_{A_T}(y)\},$$

$$Dis_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)=\begin{cases}\{a\in A_T\mid f(x,a)>f(y,a)\},&(x,y)\in D_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y),\\ \varnothing,&(x,y)\notin D_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y),\end{cases}$$

称 $D_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)$ 是 x,y 关于模糊序关系 $R_{A_T}^{\leqslant}$ 的相对可辨识属性集,也简称它为分配可辨识属性集。称 $(Dis_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y))_{|U|\times|U|}$ 为 $I_{A_T}^{\leqslant}$ 关于模糊序关系 $R_{A_T}^{\leqslant}$ 的相对可辨识矩阵,简称它为分配可辨识矩阵。

定理 3　设 $I_{+}^{\leqslant}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$ 是带偏好的模糊序决策信息系统,$A\subseteq A_T$,$D\subseteq D_T$,则 A 是分配协调集的充要条件:对于 $\forall(x,y)\in D_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)$ 都有 $A\cap Dis_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)\neq\varnothing$。

证明　必要性:

若对于 $\forall(x,y)\in D_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)$,有 $\nabla_{A_T}(x)\subseteq\nabla_{A_T}(y)$,则有 $\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{A_T}(y)=\nabla_{A_T}(y)$。因为 A 是分配协调集,由定理 2 得 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\neq[y]_A^{\leqslant}$。所以 $[x]_A^{\leqslant}$,$[y]_A^{\leqslant}$ 之间的包含关系有 3 种情况

(1) $[x]_A^{\leqslant}\subset[y]_A^{\leqslant}$;

(2) $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\neq\varnothing$;

(3) $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\subset[x]_A^{\leqslant}$ 且 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\subset[y]_A^{\leqslant}$。

接下来证明在这 3 种情况下都有 $A\cap Dis_{\leqslant}^{\nabla}(x,y)\neq\varnothing$ 成立。

(1) 若 $[x]_A^{\leqslant}\subset[y]_A^{\leqslant}$,那么就至少存在一个 z,使得 $z\in[y]_A^{\leqslant}$ 且 $z\notin[x]_A^{\leqslant}$。由 $z\notin[x]_A^{\leqslant}$ 可知,至少存在一个 $a\in A$,使得 $f(y,a)\leqslant f(z,a)$。于是可以得到 $f(x,a)\leqslant f(y,a)$。因此有 $a\in Dis_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)$,即证明了 $A\cap Dis^{\nabla}\leqslant A_T(x,y)\neq\varnothing$。

(2) 若 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\neq\varnothing$,那么至少存在一个 $a\in A$ 使得 $f(x,a)>f(y,a)$,即证 $A\cap Dis_{\leqslant A_T}^{\nabla}(x,y)\neq\varnothing$。

(3) 若 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\subset[x]_A^{\leqslant}$ 且 $[x]_A^{\leqslant}\cap[y]_A^{\leqslant}\subset[y]_A^{\leqslant}$ 成立,则该条件下的对应结论的证明与(1) 相似,这里不做过多赘述。

充分性:

如果对所有的$(x,y)\in D^{\nabla}_{\leqslant A_T}(x,y)$都有$A\cap Dis^{\nabla}_{\leqslant A_T}(x,y)\neq\varnothing$，那么就一定存在一个$a\in A$并且$a\in Dis^{\nabla}_{\leqslant A_T}(x,y)$，所以有$f(x,a)>f(y,a)$。可以得到$y\notin[x]^{\leqslant}_{A}$，那么就有$[x]^{\leqslant}_{A}\cap[y]^{\leqslant}_{A}\neq[y]^{\leqslant}_{A}$。因为$[x]^{\leqslant}_{A}\cap[y]^{\leqslant}_{A}\neq[y]^{\leqslant}_{A}$，可知$\nabla_{A_T}(x)\subseteq\nabla_{A_T}(y)$，那么就有$\nabla_{A_T}(x)\cap\nabla_{\leqslant A_T}(y)\neq\nabla_{A_T}(y)$。继而可知$[x]^{\leqslant}_{A}\cap[y]^{\leqslant}_{A}\neq[y]^{\leqslant}_{A}$，由定理 2 可以知道是分配协调集。

定义 8　设$I^{\leqslant}_{+}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$是带偏好的模糊序决策信息系统，则分配辨识矩阵为$\overline{D}=(Dis^{\nabla}_{A_T}(x,y))$。记$M^{\nabla}_{\leqslant A_T}=\wedge\{\vee\{a\mid a\in\overline{D}\}\mid\forall x,y\in U\}$，称$M^{\nabla}_{\leqslant A_T}$关于模糊序关系$R^{\leqslant}_{A_T}$的分配可辨识公式。

由上面定理 3 和定义 8 有下面结论。

定理 4　设$I^{\leqslant}_{+}=\{U,A_T,D_T,F,G,W_T\}$是带偏好的模糊序决策信息系统，则分配辨识公式$M^{\nabla}_{\leqslant A_T}$的极小析取范式为$M^{\nabla}_{\leqslant A_T}=\vee^{n}_{k=1}\{\vee^{c_k}_{s=1}a_s\}$，其中：$B^{k}_{\nabla}=\{a_s\mid s=1,2,\cdots,c_k\}$，记所有分配约简的集合为$\{B^{k}_{\nabla}\mid k=1,2,\cdots,n\}$。

例 3　对于表 1 给出的带有偏好的模糊决策信息系统，接下来计算其分配辨识矩阵(见表 2)。

表 2　不协调带有属性偏好的模糊序决策信息系统分配辨识矩阵

$Dis^{\nabla}_{\leqslant A_T}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
x_2	a_1	$\varnothing$	a_1	a_1	a_1	a_1
x_3	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
x_4	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
x_5	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
x_6	a_1,a_2	a_1,a_2	a_1,a_2,a_3	a_1,a_2	a_1,a_2	$\varnothing$

由定理 4 可得

$$M^{\nabla}_{\leqslant A_T}=a_1\wedge(a_1\vee a_2)\wedge(a_1\vee a_2\vee a_3)=a_1。$$

由以上公式可知该系统的分配约简与例 2 中的结果是一致的。

4 结论

现实生活中，决策者对系统的每个属性可能具有不同重视程度。为此，本文在模糊序决策信息系统中结合权重向量的概念，对每个属性赋予合适的权值，建立了一种新的权重函数。进一步，提出模糊序决策信息系统的分配约简，并给出其判定定理和求解方法。最后，通过实例验证了该方法的有效性。然而在具体的应用中，主要的分配约简方法还是依靠专家系统的数据和决策者自身经验给出属性的重要程度。如何科学的给出属性的权重向量将是下一步研究的主要课题。

参考文献:

[1] PAWLAK Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer Information Sciences, 1982(5): 341.

[2] PAWLAK Z. Rough sets – theoretical aspects of reasoning about data [M]. Hingham: Kluwer Academic Publishers, 1991.

[3] 王珏，苗夺谦，周育健. 关于 Rough Set 理论与应用的综述 [J]. 模式识别与人工智能，1996(4): 337.

[4] KOZAE A M, EL – SHEIKH S A, ALY E H, et al. Rough sets and its applications in a computer network [J]. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 2013(3): 605.

[5] PETERS J F, SKOWRON A, STEPANIUK J. Nearness of visual objects: application of rough sets in proximity spaces [J]. Fundamenta Informaticae, 2013(1/2): 159.

[6] SALAMA A S. Topological solution of missing attribute values problem in incomplete information tables [J]. Information Sciences, 2010(5): 631.

[7] AZZAM A, KHALIL A M, LI S G. Medical applications via minimal topological structure [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2020(3): 4723.

[8] ATEF M, KHALIL A M, LI S G, et al. Comparison of six types of rough approximations based on j-neighborhood space and j-ad-

hesion neighborhood space [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems,2020(3):4515.
[9] WU W Z,SHAO M W,WANG X. Using single axioms to characterize (S,T)-intuitionistic fuzzy rough approximation operators [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics,2019(1):27.
[10] YANG S,ZHANG H,DE BAETS B,et al. Quantitative dominance-based neighborhood rough sets via fuzzy preference relations [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2019(3):515.
[11] ATTIA A H,SHERIF A S,EL-TAWEL G S. Maximal limited similarity-based rough set model [J]. Soft Computing,2016(8):3153.
[12] CHEN L L,CHEN D G,HUI W. Fuzzy kernel alignment with application to attribute reduction of heterogeneous data [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2018(7):1469.
[13] WANG C Z,HUANG Y,SHAO M W,et al. Fuzzy rough set-based attribute reduction using distance measures [J]. Knowledge-Based Systems,2019(164):205.
[14] ZHANG X,MEI C L,CHEN D G,et al. Active incremental feature selection using a fuzzy-rough-set-based information entropy [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2019(5):901.
[15] LUO C,LI T R,CHEN H M,et al. An incremental approach for updating approximations based on set-valued ordered information systems [C]//International Conference on Rough Sets and Current Trends in Computing. Berlin: Springer,2012:363.
[16] GUO Y T,TSANG E C C,XU W H,et al. Local logical disjunction double-quantitative rough sets [J]. Information Sciences,2019(500):87.
[17] GUO Y T,TSANG E C C,HU M,et al. Incremental updating approximations for double-quantitative decision-theoretic rough sets with the variation of objects [J]. Knowledge-Based Systems,2020(189):105082.
[18] LUO C,LI T R,HUANG Y Y,et al. Updating three-way decisions in incomplete multi-scale information systems [J]. Information sciences,2019(476):274.
[19] 徐伟华. 序信息系统与粗糙集 [M]. 北京: 科学出版社,2013.
[20] 张文修,米据生,吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简 [J]. 计算机学报,2003(1):12.
[21] HU M,TSANG E C C,GUO Y T,et al. A novel approach to attribute reduction based on weighted neighborhood rough sets [J]. Knowledge-Based Systems,2021(220):106908.
[22] HU M,TSANG E C C,GUO Y T,et al. Fast and robust attribute reduction based on the separability in fuzzy decision systems [EB/OL]. [2022-02-28]. http://www.weihuaxu.com/papers/2021/Fast%20and%20Robust%20Attribute%20Reduction%20Based%20on%20the%20Separability%20in%20Fuzzy%20Decision%20Systems.pdf.
[23] CHEN Y Y,LI Z W,ZHANG G Q. Attribute reduction in an incomplete interval-valued decision information system [J]. IEEE Access,2021(9):64539.
[24] DUBOIS D,PRADE H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets [J]. International Journal of General System,1990(2/3):191.

(责任编辑:何军民,李由明)

Assignment Reduction of Fuzzy Order Decision Information System with Attribute Preference

XU Weihua,LI Zefeng,HUANG Xudong

(College of Artificial Intelligent,Southwest University,Chongqing 400715,China)

Abstract: How to effectively and quickly deal with complex data and extract the implicit and potentially useful knowledge has become an urgent scientific problem in the field of data science. To this end,in the classical fuzzy order decision information system and on the basis of the fact that different attributes have different attention,an assignment function was established and the assignment reduction was defined by adding the weight vector to the conditional attributes. Furthermore,the solution method of identification matrix for assignment reduction was proposed for the information system. Finally,the effectiveness of the current method was illustrated by a case.

Keywords: rough set; weight vector; distribution function; attribute reduction